

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ESTUDO DE ESTRUTURAS PROTENDIDAS HIPERESTÁTICAS COM A
REPRESENTAÇÃO DA PROTENSÃO POR CARREGAMENTOS EQUIVALENTES**

Dissertação Submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para
Obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil

Mestrando: **Rodrigo Broering Koerich**
Orientador: **Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio**

Florianópolis, março de 2004.

Estudo de estruturas protendidas hiperestáticas com a representação da protensão por carregamentos equivalentes. Rodrigo Broering Koerich. Esta Dissertação foi julgada para obtenção do título de

Mestre em Engenharia

Especialidade **Engenharia Civil** e aprovada em sua forma final pelo
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio (Orientador/Moderador)

Prof. Henriette Lebre La Rovere, PhD. (Coordenadora do Curso)

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi

Prof. Henriette Lebre La Rovere, PhD.

Prof. Ivo José Padaratz, PhD.

AGRADECIMENTOS:

A Deus, em primeiro lugar, por tudo.

A meus pais, que possibilitaram que chegasse até aqui.

A minha esposa Cléia, eterna companheira, que soube compreender minha ausência em nossas vidas.

Ao meu irmão George, familiares e amigos, de quem me privei de suas companhias.

Ao Professor Daniel Loriggio, orientador e amigo, que muito contribuiu para a conclusão desse trabalho.

Ao analista de sistemas Márcio Juliandrei Marafon, pela importante contribuição na elaboração de algumas rotinas que foram implementadas no programa.

A todos, que de um modo ou outro, contribuíram para que eu concluísse este trabalho.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	I
LISTA DE FIGURAS	V
LISTA DE TABELAS	IX
RESUMO.....	X
ABSTRACT.....	XI
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Relação entre o concreto armado e o concreto protendido	1
1.2 Objetivos do trabalho	2
1.3 Estudos e publicações relacionadas ao trabalho.....	3
1.4 Justificativa do estudo.....	4
2 REPRESENTAÇÃO DA PROTENSÃO COM CARGAS EQUIVALENTES	8
2.1 Considerações iniciais	8
2.2 Protensão como um campo de deformações iniciais.....	10
2.2.1 Seção retangular sob protensão no estágio I	10
2.2.2 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio I.....	12
2.2.3 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio II.....	14
2.2.4 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio III.....	15
2.3 Protensão como um conjunto de esforços solicitantes iniciais equivalentes	17

2.4	Protensão como um conjunto de cargas externas equivalentes.....	19
2.5	Protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes obtidas da discretização do cabo de protensão	24
2.6	Protensão através de um cabo discreto por elementos finitos	28
3	AVALIAÇÃO DAS PERDAS DE PROTENSÃO	32
3.1	Perdas por atrito.....	33
3.2	Perdas por acomodação da ancoragem	37
3.3	Perdas por encurtamento elástico do concreto.....	39
3.3.1	Peças pré-tracionadas isostáticas	40
3.3.2	Peças pré-tracionadas hiperestáticas.....	41
3.3.3	Peças pós-tracionadas isostáticas.....	43
3.3.4	Peças pós-tracionadas hiperestáticas	44
3.4	Perdas progressivas de protensão	45
3.4.1	Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação	45
3.4.2	Processo aproximado	47
3.4.3	Método geral de cálculo.....	48
4	ESTRUTURAS HIPERESTÁTICAS PROTENDIDAS	49
4.1	Idéias básicas	49
4.2	Estudo das estruturas hiperestáticas através do software SAP 2000	56
5	IMPLEMENTAÇÃO DO PROGRAMA	59
5.1	Diretrizes adotadas para a implementação do programa	59
5.1.1	Linguagem de programação adotada	59
5.1.2	Esquema geral do programa	60
5.1.3	Analogia do modelo matemático ao modelo físico	61
5.2	Programa Implementado.....	63
5.2.1	Arquivo de entrada de dados.....	64
5.2.2	Arquivo de configurações	70

5.2.3 Módulo de resolução de pórticos planos	74
5.2.4 Geometria do cabo de protensão	76
5.2.5 Propriedades geométricas da seção transversal.....	77
5.2.6 Esforços ao longo do cabo de protensão	81
5.2.7 Cargas equivalentes de protensão	85
5.2.8 Saída de dados.....	86
6 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	92
6.1 Comparação dos resultados aos estudos de THIESEN (2001).....	92
6.1.1 Caracterização geométrica do problema	93
6.1.2 Comparação dos resultados dos momentos fletores na viga	95
6.1.3 Comparação dos resultados dos esforços axiais na viga.....	96
6.1.4 Análise da viga considerando todas as perdas de protensão	98
6.2 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal em vigas contínuas.....	102
6.3 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal em pórticos planos.....	109
6.4 Influência da excentricidade do cabo nos esforços solicitantes.....	111
6.5 Influência da rigidez dos pilares nos esforços do pórtico.....	113
6.6 Influência das perdas de protensão no comportamento do pórtico	118
6.7 Efeito da protensão em pórticos de vários vãos	120
6.7.1 Pórtico com três vãos submetido à protensão de um cabo reto.....	120
6.7.2 Pórtico com três vãos submetido à protensão de um cabo curvo	122
6.8 Efeito da protensão em pórticos de vários pavimentos	124
6.8.1 Pórtico com protensão em todos os pavimentos	125
6.8.2 Pórtico com protensão apenas no 1º pavimento	127
6.8.3 Pórtico com protensão no 1º e 2º pavimentos.....	129
6.8.4 Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos	131
6.8.5 Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos.....	133
6.8.6 Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos.....	134

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	137
7.1 Desenvolvimento das rotinas de programação segundo a Programação Orientada a Objetos (POO)	137
7.2 Consideração da protensão na estrutura como um conjunto de cargas externas equivalentes.....	138
7.3 Subdivisão das vigas protendidas em um número finito de barras.....	139
7.4 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal nas estruturas protendidas	140
7.5 Influência da excentricidade do cabo nas estruturas protendidas	141
7.6 Influência da rigidez dos pilares nos resultados da estrutura	141
7.7 Influência das perdas de protensão nas estruturas protendidas	142
7.8 Influência da seqüência construtiva de protensão	143
7.9 Aplicação prática em projeto dos estudos deste trabalho.....	144
7.10 Sugestões para trabalhos futuros	144
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	146
ANEXO I – DOCUMENTAÇÃO DAS ROTINAS DE PROGRAMAÇÃO	
IMPLEMENTADAS	148
A.1 INTRODUÇÃO	148
A.2 ESTRUTURA DE CLASSES DO PROGRAMA	150
A.3 CLASSE CABOPROTENSAO	151
A.4 CLASSE BARRA	160
A.5 CLASSE PORTICOARQUIVO	176
A.6 CLASSE PORTICO	195

Lista de Figuras

Figura 2.1 Viga isostática protendida	8
Figura 2.2 - Viga hiperestática protendida (Martins & Stucchi, 1993)	9
Figura 2.3 - Protensão no Estádio I - deformações e tensões	11
Figura 2.4 - Protensão e flexão no estágio I - deformações e tensões	13
Figura 2.5 - Protensão e flexão no estágio II - deformações e tensões	15
Figura 2.6 - Protensão e flexão no estágio III - deformações e tensões	16
Figura 2.7 - Viga de concreto e cabo de protensão, separados.....	18
Figura 2.8 - Força equivalente à protensão na seção $S(x)$ à direita de A-A.....	18
Figura 2.9 - Viga isostática protendida - carga externa equivalente à protensão.....	20
Figura 2.10 - Viga contínua protendida - carga externa equivalente à protensão.....	22
Figura 2.11 - Viga isostática - cargas corretivas.....	22
Figura 2.12 - Cargas concentradas corretivas.....	23
Figura 2.13 - Cabo de protensão discretizado em segmentos	25
Figura 2.14 - Ações equivalentes no centróide do cabo.....	26
Figura 2.15 - Cabo de protensão idealizado.....	27

Figura 2.16 – Comparação das cargas equivalentes com modelos discretos (Aalami, 2000) ...	29
Figura 3.1 - Perdas de protensão devidas ao atrito do cabo coma bainha	34
Figura 3.2 - Variação das perdas por atrito em vigas longas	36
Figura 3.3 - Analogia de área para o cálculo das perdas por acomodação da ancoragem	38
Figura 3.4 - Perdas por encurtamento elástico do concreto (Cole, 2000)	39
Figura 3.5 - Viga pré-tracionada isostática	41
Figura 3.6 - Pórtico pré-tracionado hiperestático.....	42
Figura 3.7 - Viga pós-tracionada isostática	43
Figura 4.1 - Vigas sem hiperestaticidade ao esforço normal.....	50
Figura 4.2 – Pórtico sem hiperestaticidade ao esforço normal.....	51
Figura 4.3 - Pórtico Protendido – Nilson (1987)	52
Figura 4.4 - Efeitos da carga equivalente de protensão devido à curvatura do cabo.....	52
Figura 4.5 - Efeito axial da protensão.....	53
Figura 4.6 – Cargas acidentais e peso próprio da estrutura.....	53
Figura 4.7 - Superposição do peso próprio e da protensão	54
Figura 4.8 - Cargas externas totais mais superpostas à protensão	54
Figura 5.1 - Esquema geral do programa	61
Figura 5.2 - Coordenadas da seção transversal.....	66
Figura 5.3 - Geometria do cabo de protensão.....	69
Figura 5.4 - Subdivisão do pórtico em barras.....	76
Figura 5.5 - Geometria do trecho parabólico	77
Figura 5.6 - Sub-regiões da seção transversal.....	78

Figura 5.7 - Variação da força de protensão ao longo do cabo.....	84
Figura 5.8 - Cargas equivalentes.....	86
Figura 5.9 - Desenhos gerados em DXF	91
Figura 6.1 - Viga Thiesen: geometria da viga e do cabo, variação do esforço de protensão.....	93
Figura 6.2 - Viga Thiesen: subdivisão da barra em trechos	94
Figura 6.3 - Gráfico comparativo dos momentos fletores	96
Figura 6.4 - Variação do esforço de protensão ao longo do a viga	98
Figura 6.5 - Momentos fletores considerando cada perda de protensão	100
Figura 6.6 - Deslocamentos verticais considerando as perdas de protensão.	102
Figura 6.7 - Geometria da viga e do cabo	103
Figura 6.8 – a) Esforços solicitantes na viga com apoios de 1ª e 2ª classes	104
Figura 6.9 - c) Esforços solicitantes na viga com apoios de 1ª e 3ª classes	105
Figura 6.10 - Tensões na borda superior da viga (casos “A” e “B”)	107
Figura 6.11 - Tensões na borda superior da viga (casos “C” e “D”)	107
Figura 6.12 - Diagrama da variação do esforço de protensão para cada tipo de perda	108
Figura 6.13 - Variação do esforço normal na viga sujeita a perdas de protensão	109
Figura 6.14 - Geometria e esforços do pórtico de 1 vão com cabo reto.....	110
Figura 6.15 - Influência da excentricidade do cabo no esforço normal	112
Figura 6.16 - Influência da rigidez do pilar - geometria do exemplo.....	114
Figura 6.17 - Influência da rigidez do pilar - esforços solicitantes	115
Figura 6.18 - Variação das tensões nas bordas superior e inferior	117

Figura 6.19 - Influência das perdas de protensão na estrutura do pórtico - geometria da estrutura.....	119
Figura 6.20 - Pórtico com 3 vãos submetido à protensão de 1 cabo reto	121
Figura 6.21 - Pórtico com 3 vãos submetido à protensão de 1 cabo curvo.....	123
Figura 6.22 - Pórtico com protensão em todos os pavimentos - Geometria e deslocamentos	125
Figura 6.23 - Pórtico com protensão em todos os pavimentos – Esforços solicitantes.....	126
Figura 6.24 - Pórtico com protensão no 1º pavimento - Geometria e deslocamentos	128
Figura 6.25 - Pórtico com protensão no 1º pavimento - Esforços solicitantes	129
Figura 6.26 - Pórtico com protensão no 1º e 2º pavimentos - Geometria e deslocamentos	130
Figura 6.27 - Pórtico com protensão no 1º e 2º pavimentos - Esforços solicitantes	131
Figura 6.28 - Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos.....	132
Figura 6.29 - Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos - Esforços solicitantes ...	132
Figura 6.30 - Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos.....	133
Figura 6.31 Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos - Esforços solicitantes .	133
Figura 6.32 - Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos.....	134
Figura 6.33 - Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos - Esforços solicitantes .	135
Figura 7.1 - Interface do programa	149
Figura 7.2 - Estrutura de classes do modelo da estrutura.....	151

Lista de Tabelas

Tabela 6.1 - Viga Thiesen: Proropriedades geométricas da seção transversal	94
Tabela 6.2 - Comparação dos momentos fletores obtidos por Koerich e por Thiesen.....	95
Tabela 6.3 - Comparação do esforço normal da viga com o esforço aplicado pelo cabo de protensão.....	97
Tabela 6.4 - Momentos fletores considerando cada uma das perdas acumuladas de protensão	99
Tabela 6.5 - Esforço normal ao longo da viga considerando as perdas acumuladas de protensão.....	101
Tabela 6.6 - Influência da rigidez dos pilares – deslocamentos e esforços solicitantes.....	116
Tabela 6.7 - Esforços solicitantes nos nós principais para as perdas de protensão	119

Resumo

Este trabalho apresenta a influência da protensão no comportamento de estruturas protendidas hiperestáticas.

São apresentadas algumas alternativas para a consideração da protensão na estrutura, ressaltando as principais hipóteses, vantagens, desvantagens e limitações de cada método. O trabalho apresenta os critérios para a consideração das perdas imediatas e progressivas de protensão e de que forma estas perdas podem ser incluídas na análise através de cargas equivalentes distribuídas.

A obtenção dos esforços e deslocamentos é feita através de um programa de pórtico plano, no qual são implementadas rotinas para consideração do efeito da protensão. A partir dessas rotinas, são desenvolvidos vários exemplos de cálculo, com os quais são obtidos os resultados dos efeitos da protensão na estrutura, que são comparados aos resultados encontrados por outros pesquisadores.

Com essa análise, é mostrada a influência da hiperestaticidade, da excentricidade do cabo de protensão, da rigidez dos pilares, das perdas de protensão e da sequência construtiva nos esforços e deslocamentos da estrutura protendida.

Conclui-se que a rigidez dos pilares e a hiperestaticidade da estrutura tem relevante influência e não podem ser desprezadas nas etapas de análise e dimensionamento.

Abstract

This work presents the influence of the prestress in the behavior of statically indeterminate prestress concrete structures.

Some alternative methods for considering prestress in concrete structures are presented, pointing out the main assumptions, advantages, inconveniences and limitations of each method. Approaches for considering the immediate and progressive losses of prestress and how it could be included in the analysis with the use of distributed equivalent loads are also presented.

Member forces and displacements are established by means a computer program for plane frames, in which routines are implemented for considering the effect of prestress. Some examples have been performed using these routines, and results of prestress effects were obtained in the structure, and compared with results obtained by other researchers.

The influence of the eccentricity of the prestress cable, columns stiffness, prestress losses and construction sequence on forces and displacements in the prestressed structure is shown in the analyses.

It follows that the columns stiffness and the redundance of the structure have great influence on the structure behavior and it cannot be neglect in analysis and design.

1 Introdução

1.1 Relação entre o concreto armado e o concreto protendido

Em uma peça de concreto armado, os esforços internos de tração são suportados por uma armadura passiva, disposta de maneira conveniente dentro da peça a ser posteriormente concretada. Essa armadura somente é solicitada quando a peça sofre deformação sob carga, provocando um alongamento da armadura, muitas vezes com fissuração do concreto.

No concreto protendido, a peça é construída com uma solicitação inicial na armadura (armadura ativa), que passa a ter um pré-alongamento. Com isso, a armadura não é apenas solicitada quando a peça se deforma, mas desde o ato do pré-alongamento, o que permite que algumas das tensões de tração, que ocorreriam se a peça fosse de concreto armado, sejam compensadas.

O concreto armado não exige que o aço tenha resistência muito alta, para que não sejam necessárias deformações muito elevadas até o esgotamento da capacidade da armadura, o que ocasionaria fissuração excessiva na peça. O concreto protendido, ao contrário, exige que os aços possuam resistência elevada para que o efeito da retração e da fluência não diminuam o efeito da protensão aplicada à peça.

O artifício da protensão aplicado ao concreto consiste em introduzir esforços prévios na peça, que reduzem ou anulam as tensões de tração no concreto, sob ação das solicitações de serviço, minimizando a importância da fissuração como condição determinante ao dimensionamento da viga (PFEIL, 1984).

Usualmente, as peças de concreto protendido são construídas com concretos de maior resistência, com o objetivo de aproveitar melhor sua rigidez e proporcionar maior durabilidade para a peça. Associa-se a isto, o fato de trabalhar-se com seções transversais com geometria voltada ao aproveitamento dos materiais e redução do peso próprio, o que permite que as peças alcancem vãos mais elevados com desempenho adequado, tanto para os esforços quanto para os deslocamentos.

A força de protensão aplicada na estrutura varia em grandeza e importância dependendo do tipo da peça e da finalidade da obra. Nas vigas de ponte, por exemplo, as forças de protensão são muito mais elevadas do que aquelas aplicadas nas lajes protendidas, quando a protensão tem por objetivo principal reduzir as deformações. Essa força de protensão impõe esforços e deslocamentos à peça que, em virtude de sua importância, precisam ser considerados na análise da estrutura.

1.2 Objetivos do trabalho

Este trabalho tem por objetivo estudar as influências da protensão em estruturas hiperestáticas protendidas, avaliando seu comportamento, variação dos esforços solicitantes e das deformações.

A obtenção dos esforços e deslocamentos é feita através de um programa de pórtico plano, baseado no método dos deslocamentos, no qual são implementadas ro-

tinhas para consideração do efeito da protensão. Pretende-se, com isso, diminuir as dificuldades de estudo em virtude da hiperestaticidade, utilizando-se de um processo de fácil implementação, de modo a permitir análises mais detalhadas dessas estruturas.

1.3 Estudos e publicações relacionadas ao trabalho

As estruturas de concreto protendido vem sendo estudadas há várias décadas por pesquisadores de todo o mundo.

Os primeiros estudos relacionados com a representação da protensão são atribuídos a LIN (1963). Dos estudos de LIN (1963), vários autores apresentaram métodos de determinação dos esforços com base nos princípios de *load balancing*, como é o caso de MASON (1976) e LIBBY (1984).

SHUSHKEWICH (1991) propôs um conjunto de fórmulas para obtenção dos esforços de protensão de maneira simplificada, como alternativas para evitar procedimentos mais sofisticados. MARTINS & STUCCHI (1993) e SKAF & STUCCHI (1995) apresentaram um estudo contendo várias alternativas para a representação da protensão.

AALAMI (2000) apresenta alternativas que consideram a introdução de cargas concentradas equivalentes, como alternativa para as cargas distribuídas equivalentes.

THIESEN (2001) estudou a representação da protensão por carregamentos equivalentes com ênfase à discretização do número de trechos de subdivisão das cargas equivalentes.

Procedimentos para consideração das perdas de protensão são apresentados nas bibliografias tradicionais há mais de 20 anos, como fez PFEIL (1984). A considera-

ção das perdas de protensão por atrito associada á representação da protensão por cargas equivalentes foi estudada por KEYDER (1990).

O comportamento de estruturas hiperestáticas protendidas foi estudado por NILSON (1987) para o caso de pórticos planos de um andar. COLLINS & MITCHELL (1987) estudaram a aplicação da protensão em edifícios de vários pavimentos, considerando a existência de efeitos construtivos durante a protensão dos vários pavimentos.

As publicações internacionais mais recentes têm mostrado maior interesse pelo estudo das perdas de protensão em função do tempo. Além disso, vários pesquisadores têm buscado estudar a influência de sismos nas estruturas protendidas.

1.4 Justificativa do estudo

O concreto protendido tem sido utilizado no Brasil desde 1948 e, desde então, vem sendo aplicado em vários projetos de estruturas de concreto que necessitam vencer maiores vãos com melhor aproveitamento da seção transversal de concreto, o que se apresenta, em última análise, como uma vantagem em relação ao concreto armado convencional.

Nas vigas isostáticas, o problema da protensão pode ser facilmente resolvido, pois se trata da adição de um momento fletor provocado pelo esforço de protensão aplicado fora do centro de gravidade da peça.

Por outro lado, nas estruturas hiperestáticas, podem surgir reações nos apoios devidos a hiperestaticidade da estrutura. Estas reações hiperestáticas são chamadas de “momentos hiperestáticos de protensão”.

A NBR 6118:2003 prevê no item 11.3.3.5 que: *“A ação da protensão deve ser considerada em todas as estruturas protendidas, incluindo, além dos elementos protendidos propriamente ditos, aqueles que sofrem a ação direta da protensão, isto é, de esforços hiperestáticos de protensão”*.

Neste mesmo item, a NBR 6118:2003 propõe maneiras de calcular esses esforços: *“Os esforços solicitantes gerados pela ação dessa protensão podem ser calculados diretamente a partir da excentricidade do cabo na seção transversal do elemento estrutural e da força de protensão **ou através de um conjunto de cargas externas equivalentes**, ou ainda através da introdução de deformações impostas correspondentes ao pré-alongamento das armaduras”*.

O processo de representação da protensão através de um conjunto de cargas externas equivalentes é considerado, por algumas bibliografias, como um método alternativo, porém apresenta a vantagem de ser facilmente implementado. Por ser uma boa alternativa para resolver as estruturas que tenham maior grau de hiperestaticidade, foi adotada neste trabalho como solução para representar a protensão.

O cálculo das deformações também representa uma dificuldade maior nas estruturas protendidas hiperestáticas do que nas estruturas isostáticas. Além da maior dificuldade de cálculo devido aos hiperestáticos de protensão, as deformações dependem também da variação do esforço de protensão ao longo da peça, devido às perdas de protensão que ocorrem desde o ato da protensão (perdas imediatas) e ao longo do tempo (perdas progressivas).

As condições de fissuração da peça também influenciam a obtenção dos esforços e deslocamentos, devido à interferência na rigidez da seção transversal. Nesse

sentido, serão consideradas as recomendações do item 17.3.2.1.3 da NBR 6118:2003:

*“Nos elementos estruturais com armaduras ativas é suficiente considerar $(EI)_{eq}=I_oE_{CS}$, desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Caso contrário a expressão completa de 17.3.2.1.1 pode ser aplicada desde que I_{II} , M_r e M_a sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão **representada como ação externa equivalente (gerando força normal e momento fletor)(ver 11.3.3.5) ”.***

onde:

$(EI)_{eq}$ é a rigidez equivalente da viga

I_o é a inércia da seção bruta

E_{CS} é o módulo de elasticidade secante do concreto

I_{II} é a inércia no estágio II

M_r é o momento de fissuração da viga

M_a é o momento atuante na viga na seção considerada

Sendo assim, no capítulo 2 deste trabalho serão apresentadas as principais metodologias disponíveis para a representação da protensão, destacando as vantagens e desvantagens de cada uma delas, com intuito de justificar o uso da representação da protensão por meio de cargas externas equivalentes neste estudo.

No capítulo 3 é feita uma apresentação das principais metodologias para a consideração dos efeitos provocados pelas perdas de protensão nas estruturas, bem como justifica-se a adoção de alguns procedimentos simplificados no desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 4 é apresentado um estudo qualitativo do comportamento de estruturas hiperestáticas submetidas à protensão.

No capítulo 5 são apresentados todos os critérios e metodologias adotadas no desenvolvimento das rotinas do programa para resolução de estruturas de pórticos planos hiperestáticos protendidos, desenvolvido como parte essencial deste trabalho.

No capítulo 6, descreve-se todos os exemplos estudados e são mostrados os resultados obtidos da consideração da protensão na análise de pórticos planos de vários vãos e pavimentos.

O capítulo 7 contém as principais conclusões obtidas deste estudo e algumas recomendações de estudos posteriores que podem complementar este trabalho.

2 Representação da protensão com cargas equivalentes

2.1 Considerações iniciais

A viga isostática da Figura 2.1, que não recebe nenhum carregamento externo e nem, por simplificação, a ação do peso próprio, está submetida à força aplicada pelo cabo de protensão parabólico. Em função da disposição do cabo, a protensão provoca o encurtamento do eixo da peça, associado à flexão que traciona sua face superior. Apesar dos esforços internos que surgem em função da protensão, não aparecem reações nos apoios decorrentes do esforço no cabo.

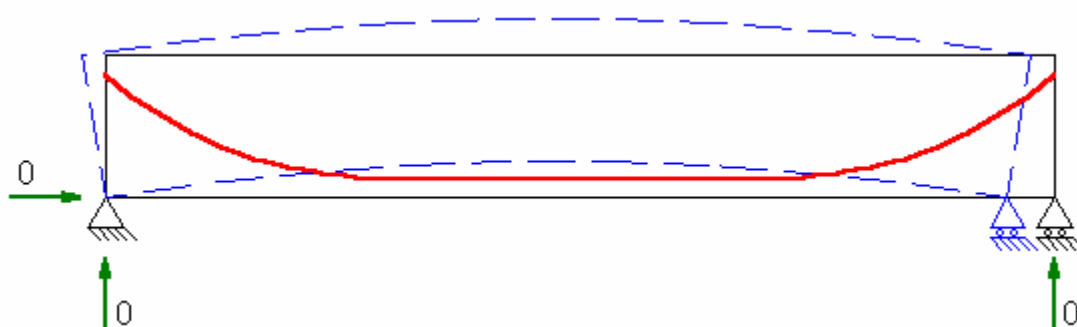


Figura 2.1 Viga isostática protendida

Considera-se a viga contínua da Figura 2.2, como parte integrante de um pórtico, submetida somente ao esforço de protensão. Quando a viga é protendida, sua livre

deformação sob a ação da protensão fica coibida pelos vínculos hiperestáticos, o que provoca reações nos apoios e esforços internos devidos à hiperestaticidade, conhecidos como **hiperestáticos de protensão**.

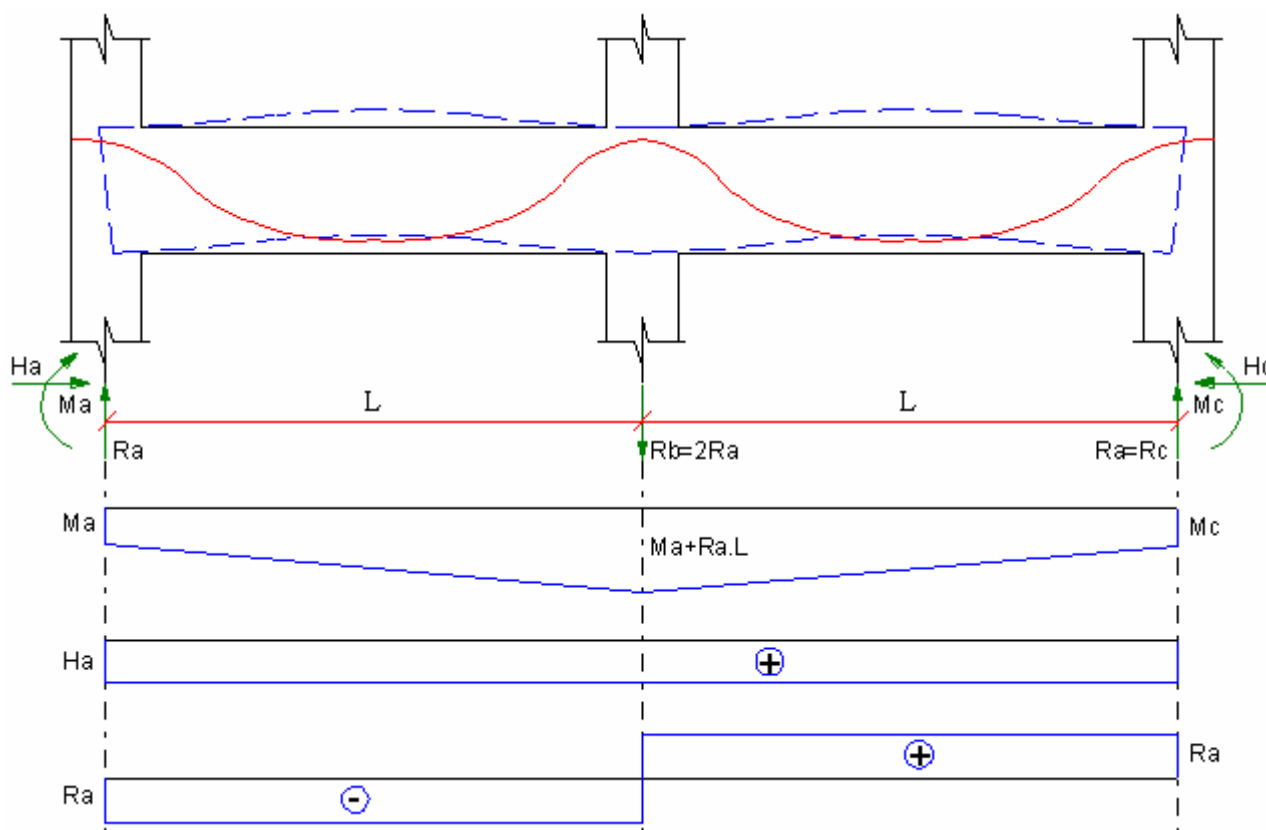


Figura 2.2 - Viga hiperestática protendida (Martins & Stucchi, 1993)

A obtenção de resultados apropriados oriundos da análise de estruturas protendidas depende da utilização de um modelo adequado para a representação dos efeitos da protensão. Vários esquemas diferentes podem ser utilizados para representar os cabos de protensão, cada um deles com um grau de aproximação diferente (Scordelis, 1984).

Serão discutidas a seguir, as principais formas de representar o efeito da protensão na análise da estrutura.

2.2 Protensão como um campo de deformações iniciais

Um estudo sobre a aplicação da protensão como um campo de deformações iniciais foi feito por Martins & Stucchi (1993), no qual foi analisada uma viga isostática protendida sem a ação de cargas externas aplicadas e sem a consideração do peso próprio. Para estudar essa viga levando em conta a protensão como um campo de deformações iniciais será necessário dividi-la em um número suficiente de elementos, através de “n” seções transversais. Como nenhuma carga externa está sendo aplicada, os esforços solicitantes N, M e V são nulos. A partir dessa condição, pode-se encontrar a solução para a análise de seções transversais nos estádios I, II e III, conforme é apresentado a seguir.

2.2.1 Seção retangular sob protensão no estádio I

Analisando a seção retangular sob protensão no estádio I, pode-se representar as tensões, deformações e o equilíbrio da seção, conforme mostra a Figura 2.3, e daí extrair as relações de equilíbrio, reologia e compatibilidade:

a) Condições de compatibilidade

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{h - x}{x} \quad (2.1)$$

b) Condições de reologia

$$\sigma_p = \varepsilon_{s0} \cdot E_p \quad (2.2)$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (2.3)$$

c) Condições de equilíbrio

$$N = \sigma_p \cdot A_p + \sigma_{ct} \cdot \frac{b(h-x)}{2} - \sigma_{cc} \cdot \frac{b \cdot x}{2} = 0 \quad (2.4)$$

$$M_p = \sigma_{ct} \cdot \frac{b(h-x)}{2} \cdot \left(d - \frac{h-x}{3}\right) - \sigma_{cc} \cdot \frac{b \cdot x}{2} \left(\frac{x}{3} - d'\right) = 0 \quad (2.5)$$

Onde:

ε_c e ε_s = deformação específica do concreto e do aço, respectivamente

ε_{cc} = deformação específica do concreto à compressão

ε_{ct} = deformação específica do concreto à tração

σ_c = tensão normal no concreto

σ_p = tensão normal na armadura de protensão

E_c e E_p = Módulo de elasticidade do concreto e do aço, respectivamente

A_p = área da armadura de protensão

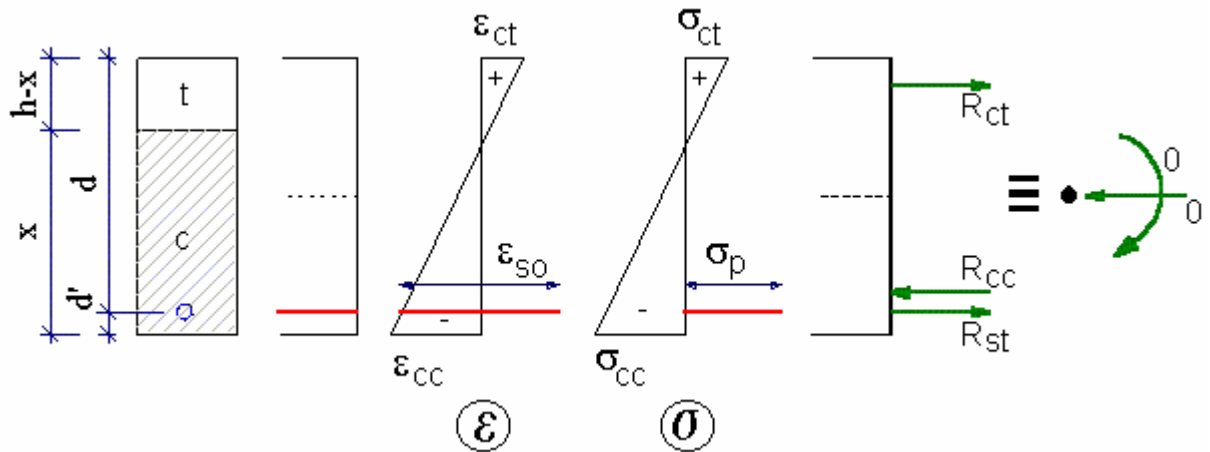


Figura 2.3 - Protensão no Estádio I - deformações e tensões

Substituindo a equação (2.1) em termos de ε_{ct} e σ_{ct} na equação (2.3) e aplicando na equação (2.5), tem-se:

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{x} \cdot E_c \cdot (h-x) \cdot \frac{b(h-x)}{2} \cdot \left(d - \frac{h-x}{3}\right) - \varepsilon_{cc} \cdot E_c \cdot \frac{b \cdot x}{2} \left(\frac{x}{3} - d'\right) = 0$$

$$\frac{(h-x)^2}{x} \cdot \left(d - \frac{h-x}{3}\right) - x \left(\frac{x}{3} - d'\right) = 0$$

Resultando em:

$$x = \frac{h - 3d}{3 \cdot (1 - 2d/h)} \quad (2.6)$$

Conhecendo a relação $\frac{\sigma_{ct}}{\sigma_{cc}} = \frac{h-x}{x}$ e aplicando-a na equação (2.4) pode-se, obter

ter σ_{cc} em termos do esforço de protensão P:

$$P + \sigma_{cc} \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \frac{b \cdot (h-x)}{2} - \sigma_{cc} \cdot \frac{b \cdot x}{2} = 0$$

Substituindo o valor de x na expressão anterior, obtém-se os valores de σ_{cc} e σ_{ct} :

$$\sigma_{cc} = \frac{P}{b \cdot h} \left(-2 + \frac{6 \cdot h}{d} \right) \quad (2.7)$$

$$\sigma_{ct} = \frac{P}{b \cdot h} \left(-4 + \frac{6 \cdot h}{d} \right) \quad (2.8)$$

Onde:

σ_{cc} = tensão normal no concreto à compressão

σ_{ct} = tensão normal no concreto à tração

2.2.2 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio I

No caso da protensão associada à flexão, pode-se proceder de maneira análoga ao que foi apresentado para a protensão isolada. As condições de equilíbrio e compatibilidade podem ser representadas pela Figura 2.4.

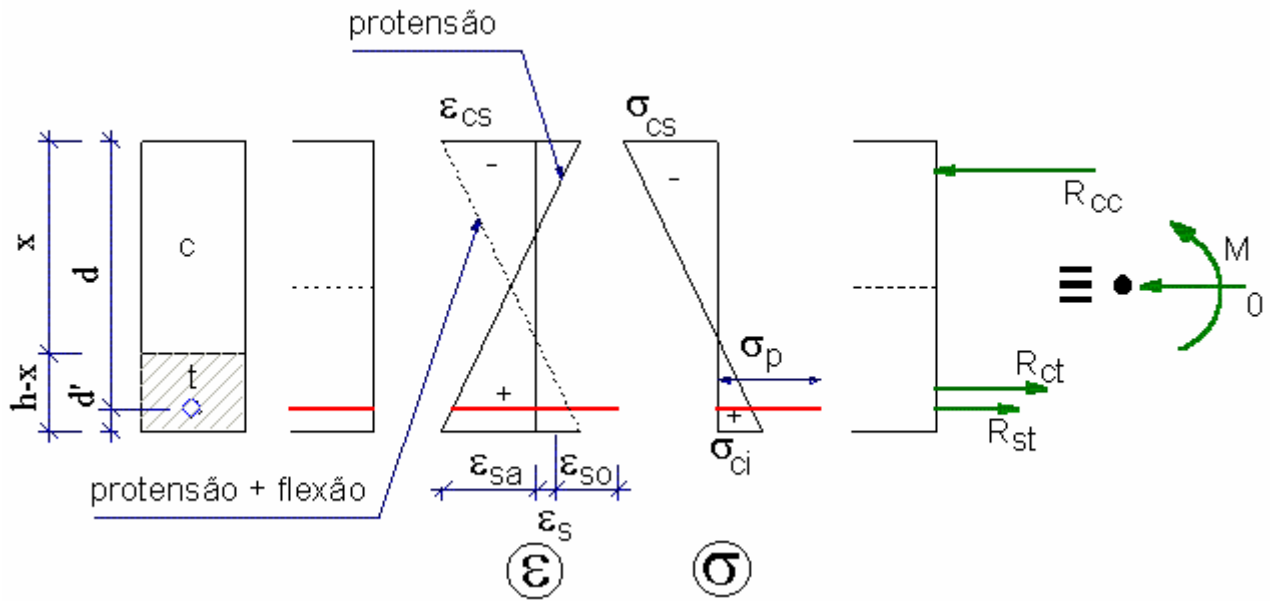


Figura 2.4 - Protensão e flexão no estágio I - deformações e tensões

a) Condições de compatibilidade

$$\varepsilon_{ci} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{h-x}{x}$$

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{s0} + \varepsilon_s + \varepsilon_{sa}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{d-x}{x}$$

$$\varepsilon_{sa} = \varepsilon_{cc0} \cdot \frac{x_0 - d'}{x_0}$$

b) Condições de reologia

$$\sigma_p = \varepsilon_{st} \cdot E_p$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c$$

c) Condições de equilíbrio

$$N = \sigma_p \cdot A_p + \sigma_{ci} \cdot \frac{b(h-x)}{2} - \sigma_{cs} \cdot \frac{b \cdot x}{2} = 0$$

$$M_p = \sigma_{ci} \cdot \frac{b(h-x)}{2} \cdot \left(\frac{h-x}{3} - d' \right) - \sigma_{cs} \cdot \frac{b \cdot x}{2} \left(d' - \frac{x}{3} \right) = M$$

2.2.3 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio II

As condições de equilíbrio e compatibilidade podem ser representadas pela Figura 2.5

a) Condições de compatibilidade

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{s0} + \varepsilon_s + \varepsilon_{sa}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{d-x}{x}$$

$$\varepsilon_{sa} = \varepsilon_{cc0} \cdot \frac{x_0 - d'}{x_0}$$

b) Condições de reologia

$$\sigma_p = \varepsilon_{st} \cdot E_p$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c$$

c) Condições de equilíbrio

$$N = \sigma_p \cdot A_p - \sigma_{cs} \cdot \frac{b \cdot x}{2} = 0$$

$$M_p = \sigma_{cs} \cdot \frac{b \cdot x}{2} \left(d - \frac{x}{3} \right) = M$$

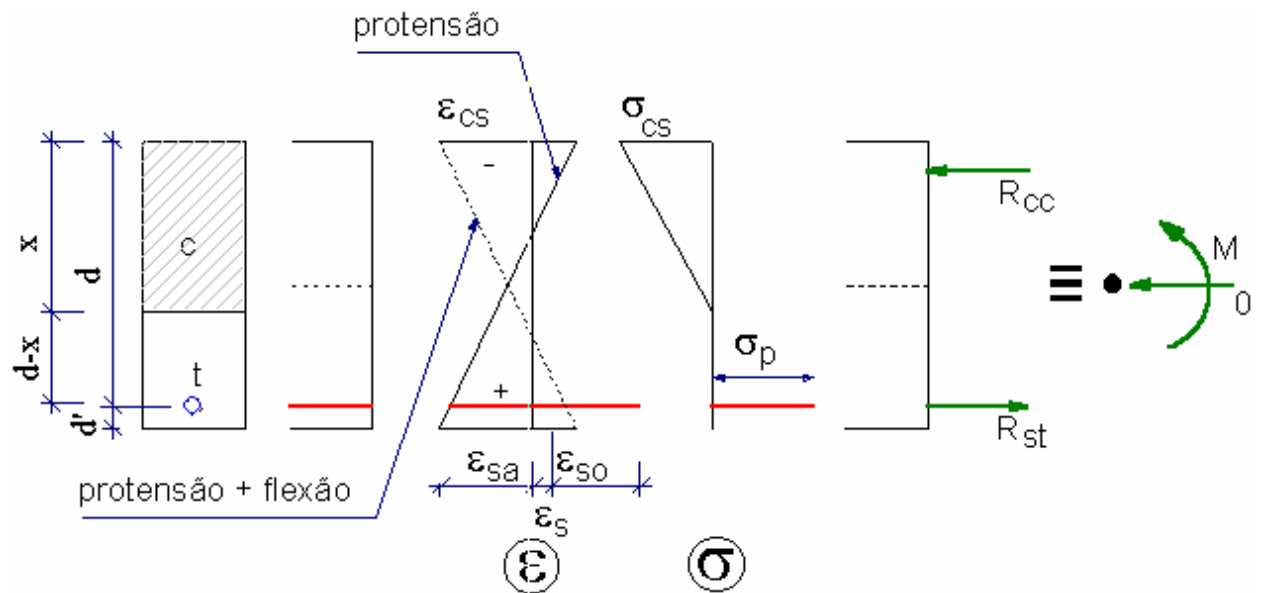


Figura 2.5 - Protensão e flexão no estágio II - deformações e tensões

2.2.4 Seção retangular sob protensão e flexão no estágio III

As condições de equilíbrio e compatibilidade podem ser representadas pela

Figura 2.6

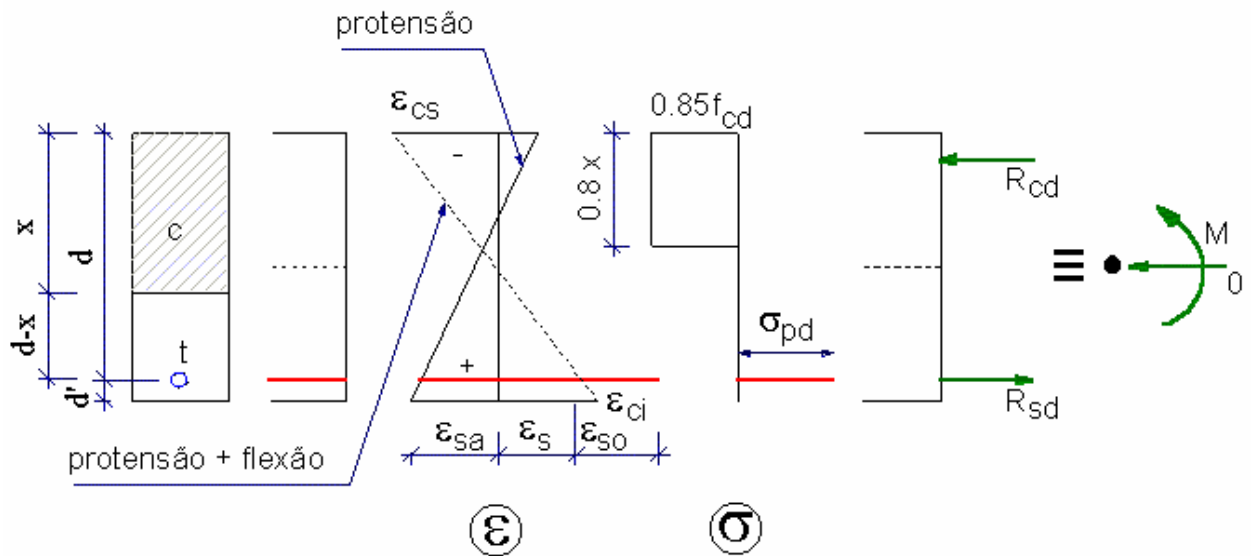


Figura 2.6 - Protensão e flexão no estágio III - deformações e tensões

a) Condições de compatibilidade

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{so} + \varepsilon_s + \varepsilon_{sa}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{d-x}{x} \quad \begin{cases} \varepsilon_s \leq 10\text{‰} \\ \varepsilon_{cs} \leq 3.5\text{‰} \end{cases}$$

b) Condições de reologia

$$\sigma_{pd} = \varepsilon_{st} \cdot E_p \leq f_{pyd}$$

$$\sigma_{cd} = 0.85 \cdot f_{cd}$$

c) Condições de equilíbrio

$$N_d = \sigma_{pd} \cdot A_p - 0.85 \cdot f_{cd} \cdot 0.8 \cdot b \cdot x$$

$$M_{pd} = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot 0.8 \cdot x \cdot (d - 0.4 \cdot x) = M_d$$

Onde:

f_{pyd} = tensão de escoamento de cálculo da armadura de protensão

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto

O estudo das seções de vigas através de um conjunto de deformações iniciais pode ser feito para vigas isostáticas e hiperestáticas. No caso destas estruturas, o trabalho necessário é consideravelmente maior em virtude da existência de esforços hiperestáticos de protensão. Embora essa solução seja conceitualmente perfeita, só se justifica no caso de serem efetuadas análises considerando a não linearidade física do material (Martins & Stucchi, 1993).

Um outro aspecto que torna a análise através de um conjunto de deformações iniciais uma alternativa mais difícil é o fato do esforço de protensão ser variável ao longo da estrutura, em virtude das perdas do esforço de protensão.

Essa metodologia, entretanto, é bastante útil na verificação das seções transversais no Estado Limite Último.

2.3 Protensão como um conjunto de esforços solicitantes iniciais equivalentes

Seja, novamente, uma viga isostática na qual não existem esforços solicitantes devidos a carregamentos externos. A análise é feita separando-se a viga de concreto do cabo de protensão. Para isto, deve-se considerar os esforços oriundos da interação entre eles, que são:

- A força de protensão $P(x)$ em cada extremidade;
- As forças longitudinais de atrito f_{la} ;
- As forças transversais de curvatura f_{tc} .

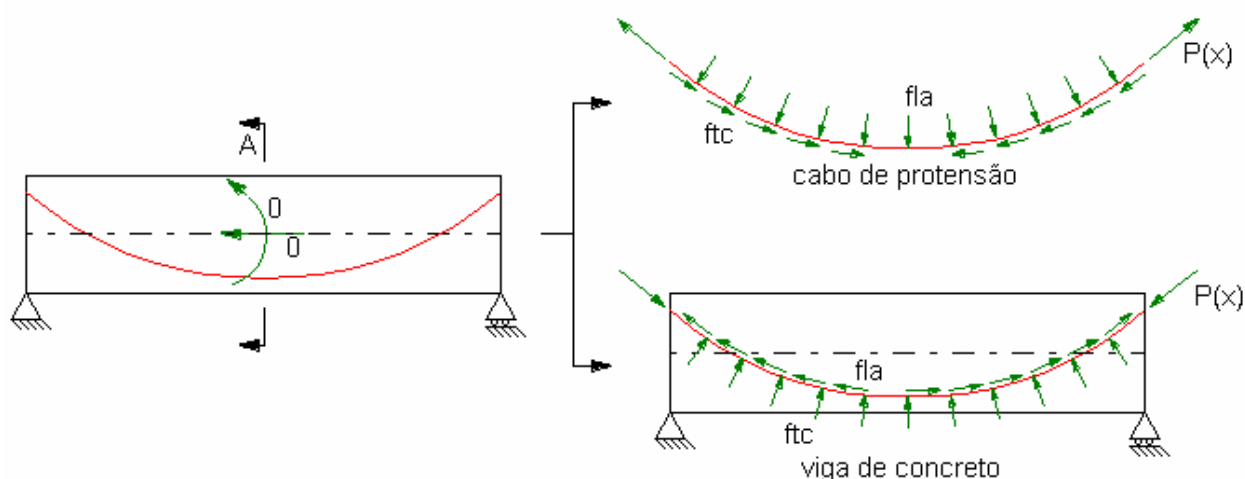


Figura 2.7 - Viga de concreto e cabo de protensão, separados.

A resultante de todos os esforços aplicados no cabo à direita da seção A-A corresponde à força de tração no cabo que, pelo princípio da ação e reação, equivale à força de compressão excentricamente aplicada à viga de concreto. Assim, qualquer que seja a seção considerada da viga de concreto, o efeito da protensão pode ser representado pela força no cabo, de compressão ao concreto, aplicada no sentido inverso.

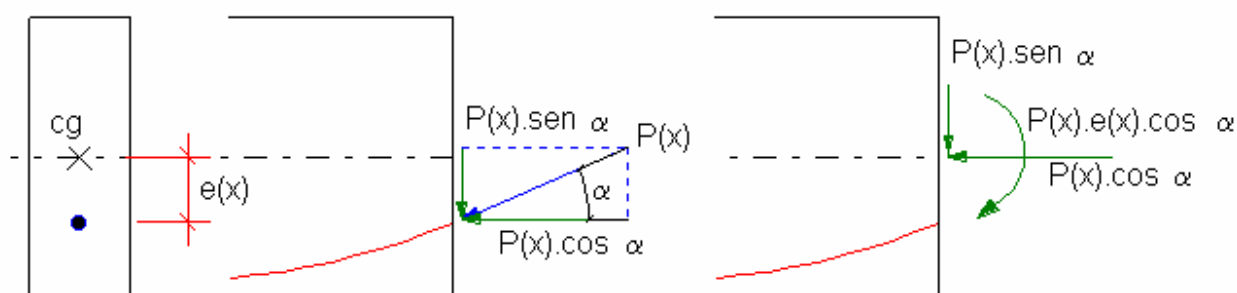


Figura 2.8 - Força equivalente à protensão na seção S(x) à direita de A-A

Embora a viga de concreto esteja solicitada à flexo-compressão e o cabo à tração, quando eles estão reunidos na viga isostática protendida esses esforços solicitantes se anulam (Skaf & Stucchi, 1995).

No caso das estruturas hiperestáticas, nas quais os vínculos superabundantes coíbem a livre deformação, surgem esforços hiperestáticos na viga isolada provocados pela protensão, iguais aos da viga completa. Os esforços isostáticos de protensão se anulam com a superposição do cabo de protensão sobre a viga, mas os esforços hiperestáticos não se anulam, o que implica na sua consideração conjunta com as demais ações aplicadas à viga, para o dimensionamento ao Estado Limite Último (ELU) e na verificação aos Estados Limites de Serviço (ELS).

Esta solução pode ser considerada trivial e de fácil resolução em estruturas isostáticas ou mesmo contínuas, uma vez que, na superposição da viga de concreto com o cabo, os isostáticos de protensão se anulam mutuamente. No caso de estruturas muito hiperestáticas, como pórticos de edifícios ou lajes cogumelo, esta solução pode se tornar muito trabalhosa.

2.4 Protensão como um conjunto de cargas externas equivalentes

Considerando a viga isolada da Figura 2.7, separada na viga de concreto e no cabo de protensão, pode-se representar, como alternativa, a ação da protensão através de cargas externas equivalentes, em substituição aos esforços solicitantes iniciais. Essas cargas externas equivalentes correspondem às interações cabo x viga de concreto, dadas por $P(x)$ nas ancoragens, f_{la} e f_{tc} ao longo do cabo.

Com base na Figura 2.8 pode-se chegar às relações:

$$P = P_{(x)} \cdot \cos \alpha$$

$$P_{(x)} \cdot \sin \alpha = \frac{P}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = P \cdot \tan \alpha$$

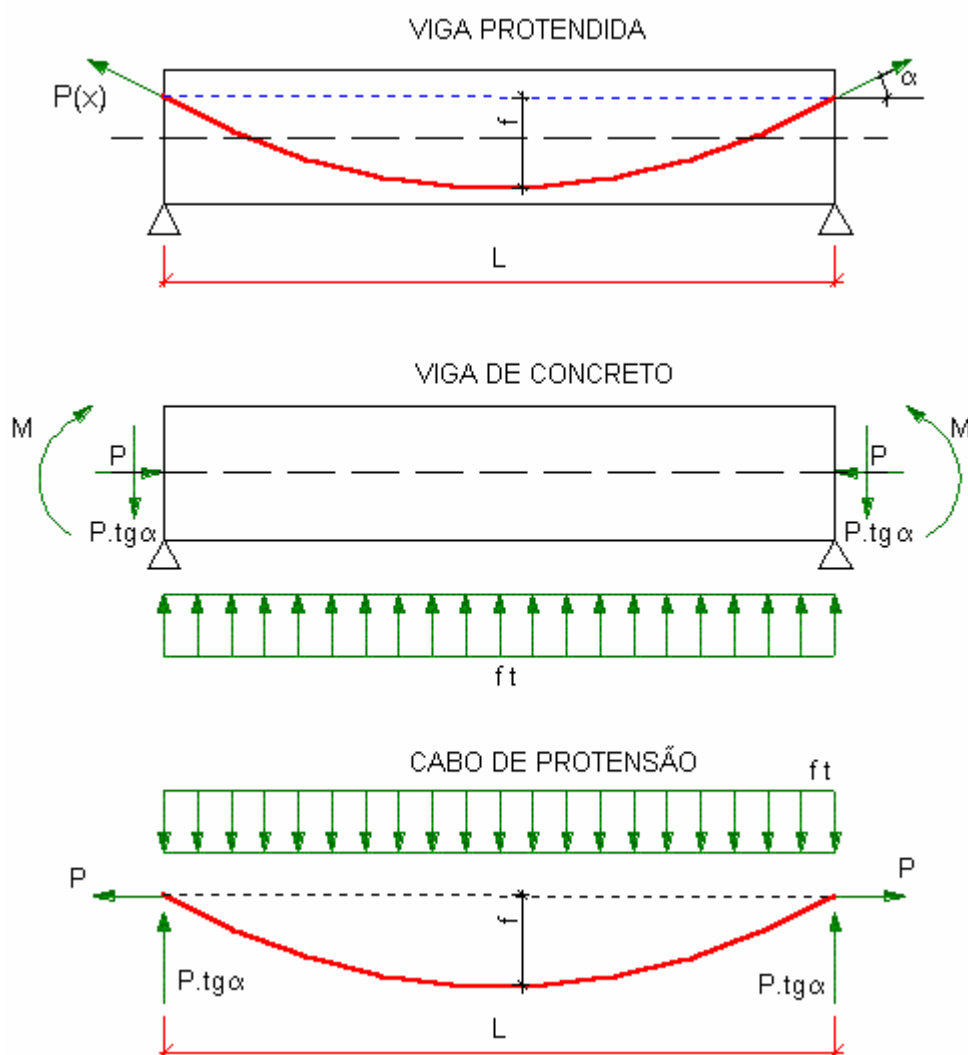


Figura 2.9 - Viga isostática protendida - carga externa equivalente à protensão

Como as cargas f_{la} e f_{tc} são variáveis com x (eixo da viga) em módulo, direção e sentido e, além disso, de determinação trabalhosa, T.Y.Lin (1963) propôs que o conjunto f_{la} e f_{tc} fosse substituído por uma carga vertical uniformemente distribuída por trechos, desde que o cabo assumia a forma de uma parábola e o esforço de protensão

não varie significativamente ao longo do cabo. Se estas duas exigências forem satisfeitas, a proposição de Lin é tão precisa quanto a representação da protensão pelos esforços solicitantes iniciais (Skaf & Stucchi, 1995).

O modelo proposto por Lin, conhecido como *load balancing*, é válido para os casos em que o esforço axial e o momento fletor devidos à protensão sejam independentes um do outro. A terminologia *load balancing* advém do fato de que as cargas distribuídas ao longo do vão estão em equilíbrio com as cargas concentradas aplicadas nas extremidades da viga.

$$M = P_{(x)} \cdot e_{(x)} \cdot \cos \alpha = P \cdot e_{(x)}$$

$$f_t = \left| \frac{d^2 M}{dx^2} \right| = P \frac{d^2 e_{(x)}}{dx^2} = P \cdot 2a = P \frac{8 \cdot f}{L^2} \Rightarrow f_t = P \frac{\operatorname{tg} \alpha}{L} \quad (2.9)$$

onde:

$e_{(x)} = a \cdot x^2$ representa a característica da parábola que descreve o cabo

f_t é a carga externa equivalente

f é a flecha do cabo no trecho considerado

α é a soma dos ângulos entre o início e o fim do trecho de cabo

P é o esforço de protensão ao longo do cabo

L é o comprimento do trecho de cabo

No caso de uma viga isolada ou contínua, na qual existe variação da geometria do cabo ao longo da viga, as cargas distribuídas equivalentes devem ser subdivididas em trechos, conforme mostra a Figura 2.10.

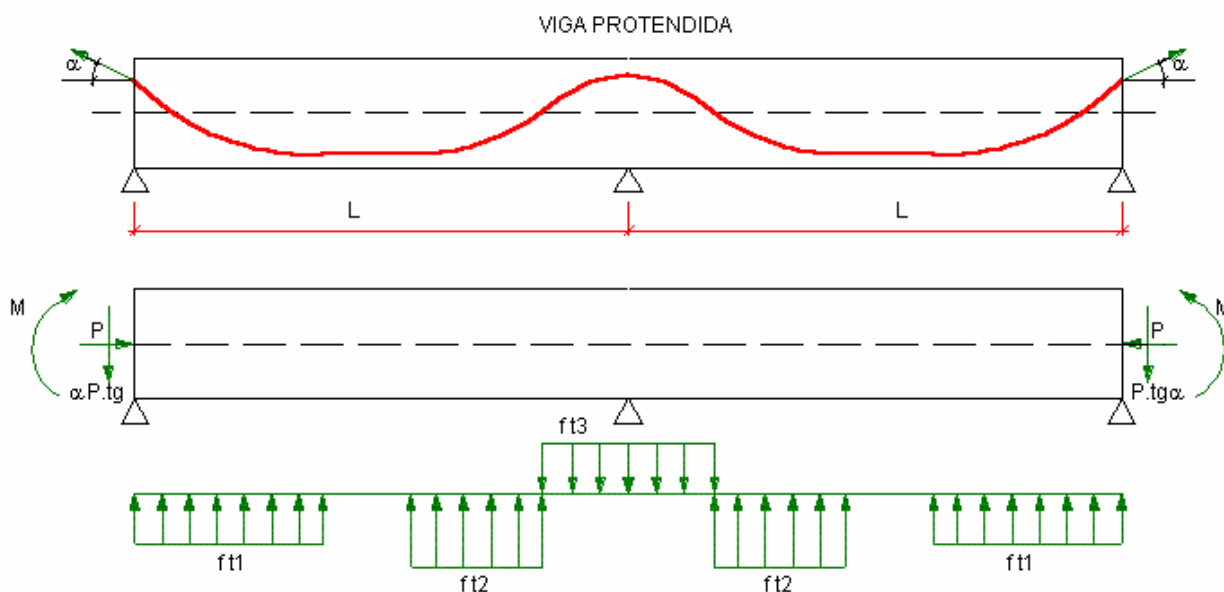


Figura 2.10 - Viga contínua protendida - carga externa equivalente à protensão

O efeito da variação da força de protensão ao longo do cabo, decorrente das perdas imediatas e progressivas de protensão, pode ser incluído no processo das cargas externas equivalentes através da inclusão de forças e momentos corretivos no fim de cada trecho de subdivisão do cabo. Segundo os estudos de Thiesen (2001), a subdivisão do cabo aumenta a convergência dos resultados para valores próximos dos valores teóricos. No caso de serem consideradas as perdas decorrentes da protensão, a subdivisão do cabo em trechos permite maior precisão na consideração do equilíbrio decorrente das cargas axiais corretivas.

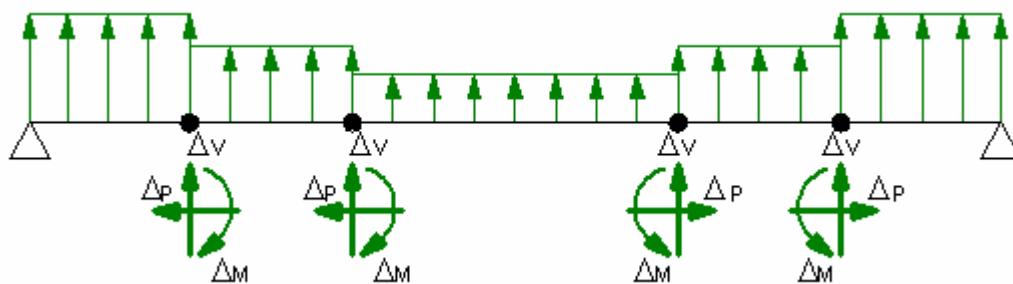


Figura 2.11 - Viga isostática - cargas corretivas

A Figura 2.12 mostra os trechos j e $j+1$, entre os nós $i-1$ e $i+1$, de uma viga qualquer, submetida a um esforço de protensão variável ao longo da viga, conforme o diagrama de variação do esforço P em função do comprimento L .

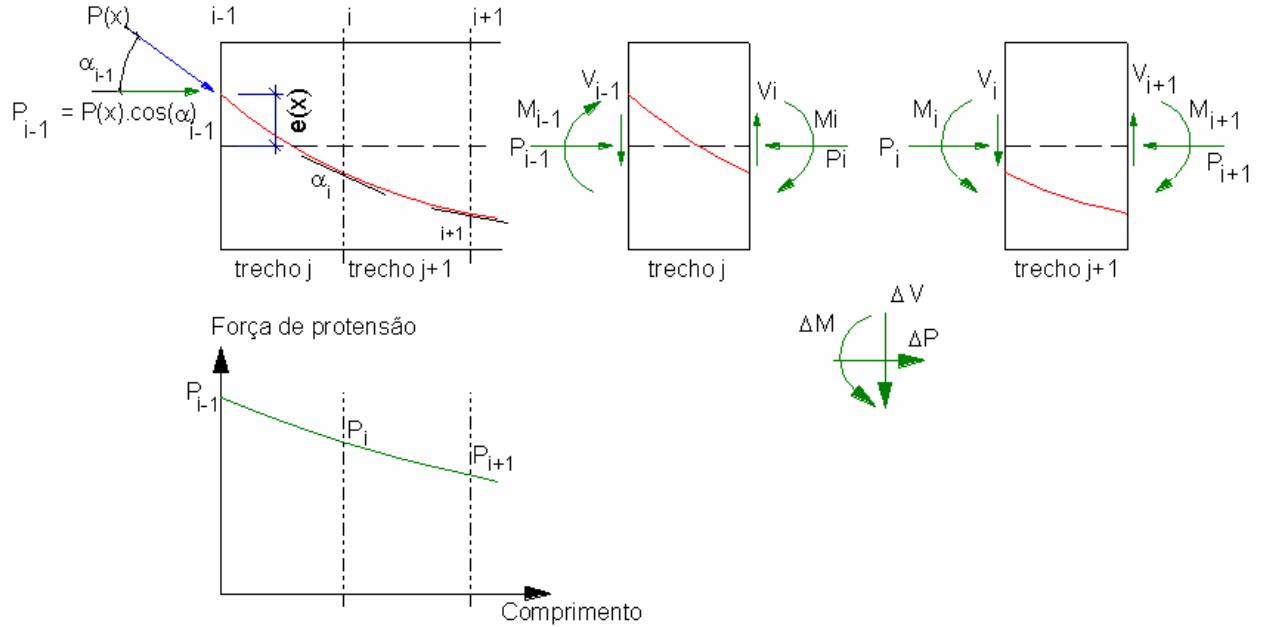


Figura 2.12 - Cargas concentradas corretivas

Na seção de estudo, posicionada sobre um nó i qualquer da viga, pode-se obter as cargas concentradas ΔP , ΔV e ΔM , conforme as equações (2.10), (2.11) e (2.12):

$$\Delta P = \left(\frac{P_{i-1} + P_i}{2} \right) - \left(\frac{P_i + P_{i+1}}{2} \right) = \frac{P_{i-1} - P_{i+1}}{2} \quad (2.10)$$

$$\Delta V = \Delta P \cdot \operatorname{tg}(\alpha_i) \quad (2.11)$$

$$\Delta M = \Delta P \cdot e \quad (2.12)$$

Onde:

ΔP = carga axial corretiva no nó i

P_{i-1} , P_i , P_{i+1} = valores das cargas axiais nos nós $i-1$, i e $i+1$

ΔV = esforço cortante corretivo no nó i

α_i = inclinação do cabo no nó i

ΔM = momento fletor corretivo no nó i

e = excentricidade do cabo no nó i

As cargas distribuídas equivalentes, somadas às cargas concentradas nos nós extremos e às cargas concentradas corretivas ao longo da estrutura resultam em uma soma nula, ou seja, o carregamento equivalente distribuído e concentrado corresponde a um carregamento auto-equilibrado.

Portanto, a ação conjunta das cargas distribuídas em cada trecho e de cargas concentradas em pontos de variação do esforço normal, permite a consideração do efeito da protensão, levando em conta as perdas de protensão existentes, em estruturas isostáticas ou hiperestáticas com qualquer grau de hiperestaticidade.

2.5 Protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes obtidas da discretização do cabo de protensão

Aalami (2000) apresenta o caso de um segmento de viga contínua protendida como o da Figura 2.13. O cabo de protensão, composto por trechos curvos e retilíneos, é idealizado ao longo do comprimento como um conjunto de segmentos retos, que se aproximam da geometria real do cabo.

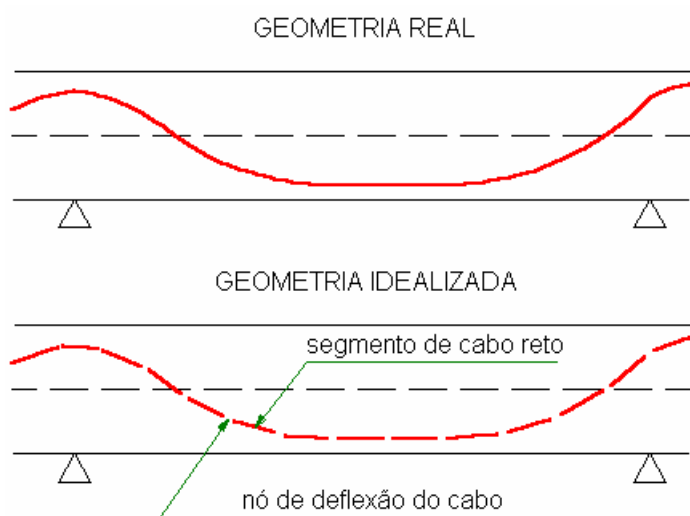


Figura 2.13 - Cabo de protensão discretizado em segmentos

O esforço de protensão no cabo é considerado como atuante segundo a direção de cada trecho de cabo idealizado. Para cada nó “i”, nos quais ocorrem as deflexões do cabo idealizado, são calculadas forças de protensão na direção do cabo, cujos valores são F_i e F_{i-1} . Através da soma vetorial, são calculadas as componentes destas forças nas direções F_{xi} e F_{yi} , paralela e perpendicular à direção do eixo do centróide, respectivamente. Estas forças podem ser transferidas para o centróide da peça através da adição de um momento M_i , igual a $F_{xi} \cdot e$, onde e é a excentricidade do cabo no nó “i”. A Figura 2.14 apresenta uma série de ações equivalentes no centróide do cabo de uma viga genérica.

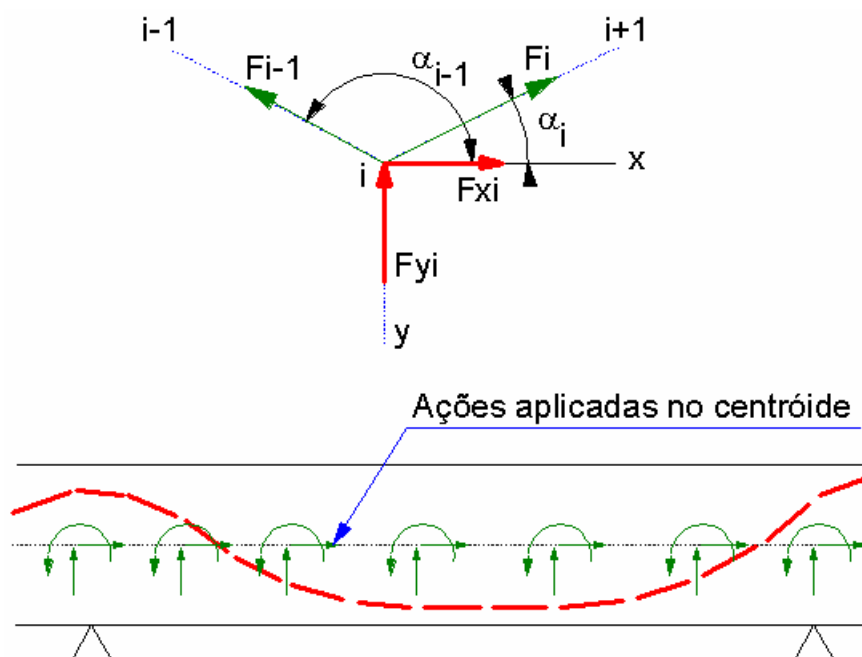


Figura 2.14 - Ações equivalentes no centróide do cabo

Em virtude da variação da declinação do cabo ao longo da peça, mesmo que não seja considerada a variação no esforço no cabo devido às perdas de protensão, as componentes F_{xi} , F_{yi} e M_i não são nulas, e equivalem, em razão do grande número de trechos em que o cabo foi subdividido, às cargas distribuídas equivalentes propostas por T. Y. Lin.

No caso das perdas por atrito e acomodação da ancoragem, a variação da força de protensão é aproximada ao longo do cabo por segmentos de reta formando patamares e descontinuidades, representando a variação devido ao atrito entre o cabo e a bainha e devido à curvatura do cabo, respectivamente. A parcela devido à curvatura fica concentrada nas interseções entre os segmentos (nós $i-1$, i , $i+1$)

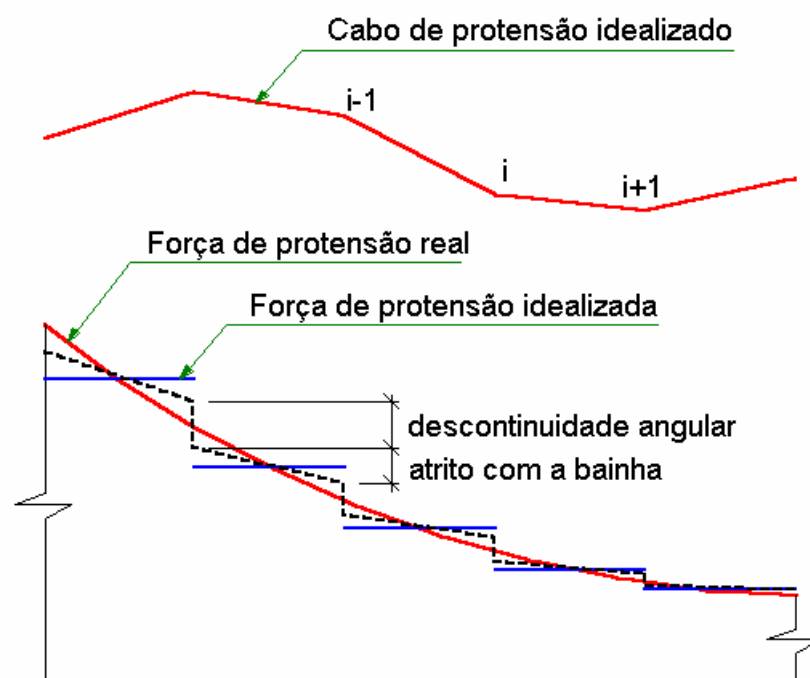


Figura 2.15 - Cabo de protensão idealizado

A representação da protensão como um conjunto de cargas externas equivalentes, através da discretização do cabo em segmentos de reta ao longo do comprimento, permite que seja considerada com precisão a variação da força de protensão devida às perdas imediatas por atrito e acomodação da ancoragem do cabo durante a operação da protensão. A consideração das perdas progressivas devidas à retração e fluência do concreto pode ser feita através de um procedimento iterativo no qual, a cada iteração, sejam computados os valores das perdas no cálculo da força de protensão ao longo do cabo. A força de protensão corrente é, então, utilizada para calcular as ações equivalentes, que irão alterar o valor das perdas progressivas. Este procedimento deve ser repetido até que haja convergência dos valores calculados para as perdas progressivas (Aalami, 2000).

2.6 Protensão através de um cabo discreto por elementos finitos

Diferente dos modelos anteriores, que representam o cabo separado da estrutura, a protensão através de um cabo discreto por elementos finitos considera o cabo como um elemento de barra (reta ou curva) integrado ao elemento de concreto (plano ou sólido) da estrutura. Este método pode tratar as perdas de protensão simultaneamente com a análise dos esforços, tanto para as perdas imediatas como para as perdas progressivas.

A Figura 2.16 mostra a diferença entre a consideração do cabo separado do concreto (desenhos *(b)*, *(d)* e *(f)*) ou conjuntamente com ele (desenhos *(c)*, *(e)* e *(g)*). A Figura 2.16(a) apresenta um trecho de estrutura com apenas um cabo de protensão.

A Figura 2.16(b) ilustra a representação do cabo através das cargas equivalentes, em que o cabo é considerado separadamente da estrutura de concreto, com as forças de protensão iniciais transferidas para o centróide do cabo. A Figura 2.16(d) mostra as forças de protensão, consideradas como cargas constantes aplicadas, que não sofrem interferência da fluência e retração, ou da deformação do elemento. As perdas progressivas são consideradas num estágio seguinte.

No modelo utilizando elementos discretos, a estrutura foi dividida em segmentos para trechos da peça nos quais o cabo está integrado ao concreto (Figura 2.16(c)). Cada segmento de cabo é considerado como um elemento independente, submetido aos deslocamentos e alterações de tensões do elemento no qual ele está inserido. Cada cabo é considerado como um elemento cuja força inicial de protensão é calculada já com a consideração das perdas por atrito (Figura 2.16(e)). Qualquer deformação subsequente no elemento de concreto resulta num deslocamento compatível do elemento

de cabo, baseado na hipótese das seções planas de Bernoulli (Figura 2.16(g)). O deslocamento das extremidades do cabo nas faces do elemento implicam em alterações no valor da força de protensão.

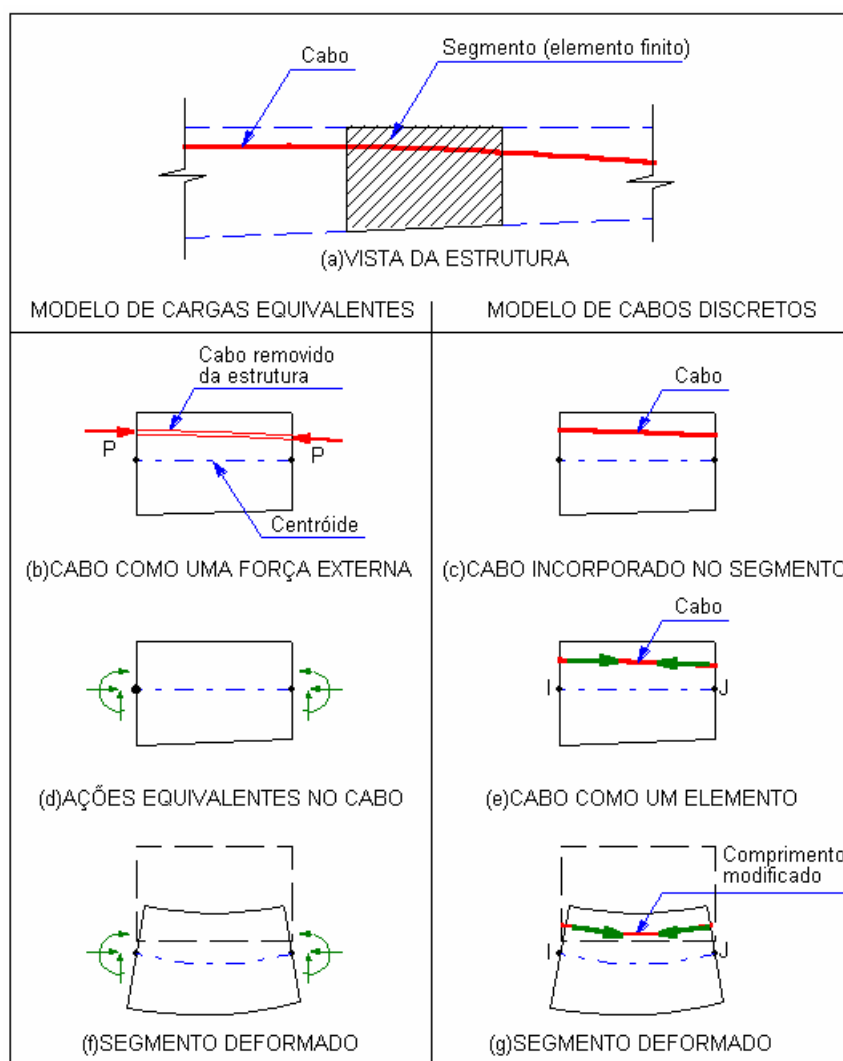


Figura 2.16 – Comparação das cargas equivalentes com modelos discretos (Aalami, 2000)

Nesse modelo para a consideração da protensão está implícita a interação entre a deformação do cabo e a do elemento plano de concreto, independentemente da causa da deformação. Segundo Aalami (2000), não é necessário calcular as deformações devido à retração e fluência separadamente para poder modificar a força de protensão

no cabo, que já são automaticamente consideradas nas equações de equilíbrio quando da análise da estrutura.

Os processos apresentados para a consideração dos efeitos da protensão na estrutura diferem significativamente, tanto na idealização física e matemática, quanto no que diz respeito às vantagens e desvantagens para implementação.

O método que propõe a consideração da protensão como um campo de deformações iniciais pode ser considerado como um método preciso para avaliar o efeito da protensão, por levar em conta a deformação das armaduras e do concreto. A avaliação da protensão em estruturas isostáticas ou contínuas de pequeno porte com a força de protensão constante ao longo do cabo é adequada através deste procedimento. Estruturas hiperestáticas ou aquelas em que se deseja considerar os efeitos das perdas imediatas e progressivas de protensão têm sua resolução muito trabalhosa.

A consideração da protensão como um conjunto de esforços iniciais equivalentes é prática para o caso das vigas isostáticas ou pouco hiperestáticas. Este método permite a consideração das perdas imediatas de protensão, calculadas com a consideração dos esforços hiperestáticos de protensão. No caso das estruturas muito hiperestáticas e das perdas progressivas, que dependem da determinação dos esforços na estrutura, a análise por este processo torna-se muito trabalhosa e perde suas vantagens.

A representação da protensão através de um carregamento distribuído equivalente aplicado na estrutura é de fácil aplicação em estruturas isostáticas e hiperestáticas. Este processo permite a consideração das perdas imediatas de protensão por atri-

to e acomodação da ancoragem, porém, requer uma análise por processo iterativo para a consideração das perdas por encurtamento elástico e nas perdas progressivas.

A utilização de elementos finitos, através de modelos discretos da seção de concreto integrados com o cabo de protensão permite a análise de estruturas hiperestáticas quaisquer, com a consideração das perdas imediatas e progressivas, com a vantagem adicional de compatibilizar as deformações do cabo e do elemento de concreto numa única etapa. Todavia, requer uma formulação mais complexa. Por esta razão, neste trabalho, as forças de protensão serão consideradas através de cargas distribuídas equivalentes, além de um conjunto de cargas concentradas corretivas aplicadas nos nós da estrutura, a fim de se considerar a variação das perdas de protensão ao longo do cabo.

3 Avaliação das perdas de protensão

Perdas de protensão são todas as reduções que ocorrem na força de protensão aplicada pelo macaco aos cabos de protensão, desde o momento da protensão até o término da vida útil da peça. As perdas de protensão podem ser classificadas em dois grupos:

Perdas imediatas, que se verificam durante a operação de estiramento e ancoragem dos cabos, e podem ser divididas em:

- perdas por atrito
- perdas nas ancoragens
- perdas por encurtamento elástico do concreto

Perdas progressivas, que acontecem ao longo da vida útil da estrutura, e podem ser provocadas por:

- retração e fluência do concreto
- relaxação do aço.

3.1 Perdas por atrito

Sob o ponto de vista construtivo, a protensão do cabo pode ser feita antes da concretagem e cura do concreto (peças pré-tracionadas) e após a concretagem e cura do concreto (peças pos-tracionadas).

As peças pré-tracionadas são construídas, geralmente, utilizando cabos retos, por processos industrializados. Como o estiramento do cabo é feito de modo livre, não há nenhuma perda da força de protensão durante a protensão do cabo.

Nas estruturas protendidas pós-tracionadas, a armadura de protensão é disposta em bainhas que são instaladas nas fôrmas da peça, antes da concretagem, por meio de espaçadores horizontais e verticais, que determinarão a posição do cabo. A posição da bainha é influenciada, entretanto, por inevitáveis imprecisões da obra, por seu peso próprio e pelo peso do concreto quando do seu lançamento, fazendo com que seu eixo se torne uma linha mais ou menos ondulada, que se afasta tanto na horizontal como na vertical do seu eixo de referência teórico. Esse efeito é considerado como sendo uma ondulação acidental ou mudança acidental de direção do cabo.

Por outro lado, os cabos também podem possuir trajetórias curvas pré-estabelecidas em projeto, destinadas ao aproveitamento estático da força de protensão, nas quais também ocorrem ondulações acidentais (Leonhardt, 1983).

Durante a execução da protensão, os cabos deslocam-se relativamente à bainha enquanto estão sendo esticados e, por conseqüência, ficam em contato com a superfície da bainha. Isto ocorre tanto nos trechos curvos como nos trechos retos, devido às ondulações acidentais. Com isso, surgem resistências ao deslocamento longitudinal do cabo em relação à bainha, devidas ao atrito com o cabo, de modo que o esforço apli-

cado na extremidade sofre uma redução em cada ponto de contato, conforme o ângulo de curvatura total acumulada e o coeficiente de atrito (μ) entre o cabo e a bainha.

Assim, o esforço de protensão P_0 aplicado pelo macaco varia ao longo do cabo até um valor $P_{(x)}$, inferior ao esforço aplicado, representando uma perda de protensão devido ao atrito entre o cabo e a bainha.

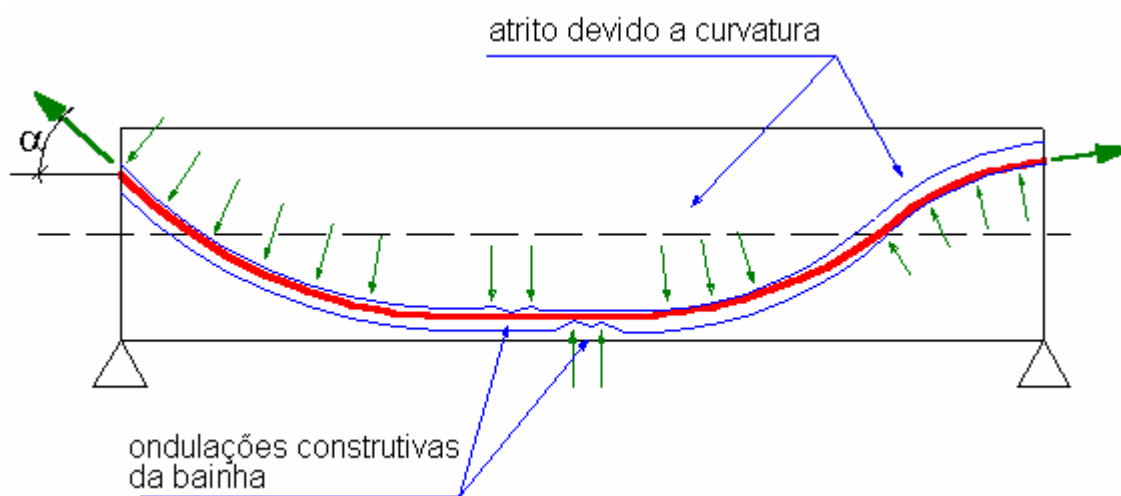


Figura 3.1 - Perdas de protensão devidas ao atrito do cabo com a bainha

A NBR 6118:2003 apresenta em seu item 9.6.3.3.2.2 uma expressão para determinação das perdas por atrito, que considera tanto o atrito proveniente da curvatura do cabo, como a parcela acidental provocada por ondulações acidentais na bainha.

$$\Delta P_{(x)} = P_i \cdot \left[1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)} \right] \quad (3.1)$$

O valor da força de protensão ao longo do cabo, modificado pelas perdas por atrito, pode ser determinado, então, pela expressão:

$$P_{\text{atrito}(x)} = P_i \cdot e^{-(\mu \sum \alpha + kx)} \quad (3.2)$$

Onde:

P_i = Força devido à protensão aplicada pelo cabo à estrutura;

μ = coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de valores experimentais, admite-se o valor de $\mu=0,2$ para o atrito entre fios lisos ou cordoalhas e a bainha;

$\Sigma\alpha$ = somatório das deflexões acumuladas entre o ponto considerado e a ancoragem ativa (ponto de aplicação da protensão);

k = coeficiente de perda de protensão por metro, provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta de valores experimentais pode ser adotado o valor $0,01\mu$.

A consideração da perda de protensão devido ao atrito entre o cabo e a bainha pode ser feita através do método das cargas equivalentes, convertendo a força de atrito em uma carga distribuída equivalente que deve ser deduzida das cargas distribuídas equivalentes ao esforço do cabo de protensão (Keyder, 1990). Esse procedimento consiste numa alternativa simples e de fácil implementação.

As perdas por atrito têm importância na variação dos esforços efetivos dos cabos de protensão. Em peças longas, a redução do esforço de protensão pode ser grande, principalmente se houverem muitas inflexões no cabo. Nesse caso, é recomendável que a protensão seja feita simultaneamente nas duas extremidades do cabo, melhorando, com isso, seu aproveitamento.

A Figura 3.2 mostra claramente esse efeito: o esforço de protensão no cabo para a protensão aplicada somente na extremidade esquerda sofre grandes reduções junto ao apoio extremo da direita. Se a ancoragem é feita nas duas extremidades, o valor do esforço mínimo de protensão devido ao atrito ocorre nas proximidades do centro da viga, justamente no ponto onde o esforço de protensão é o mesmo partindo da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda.

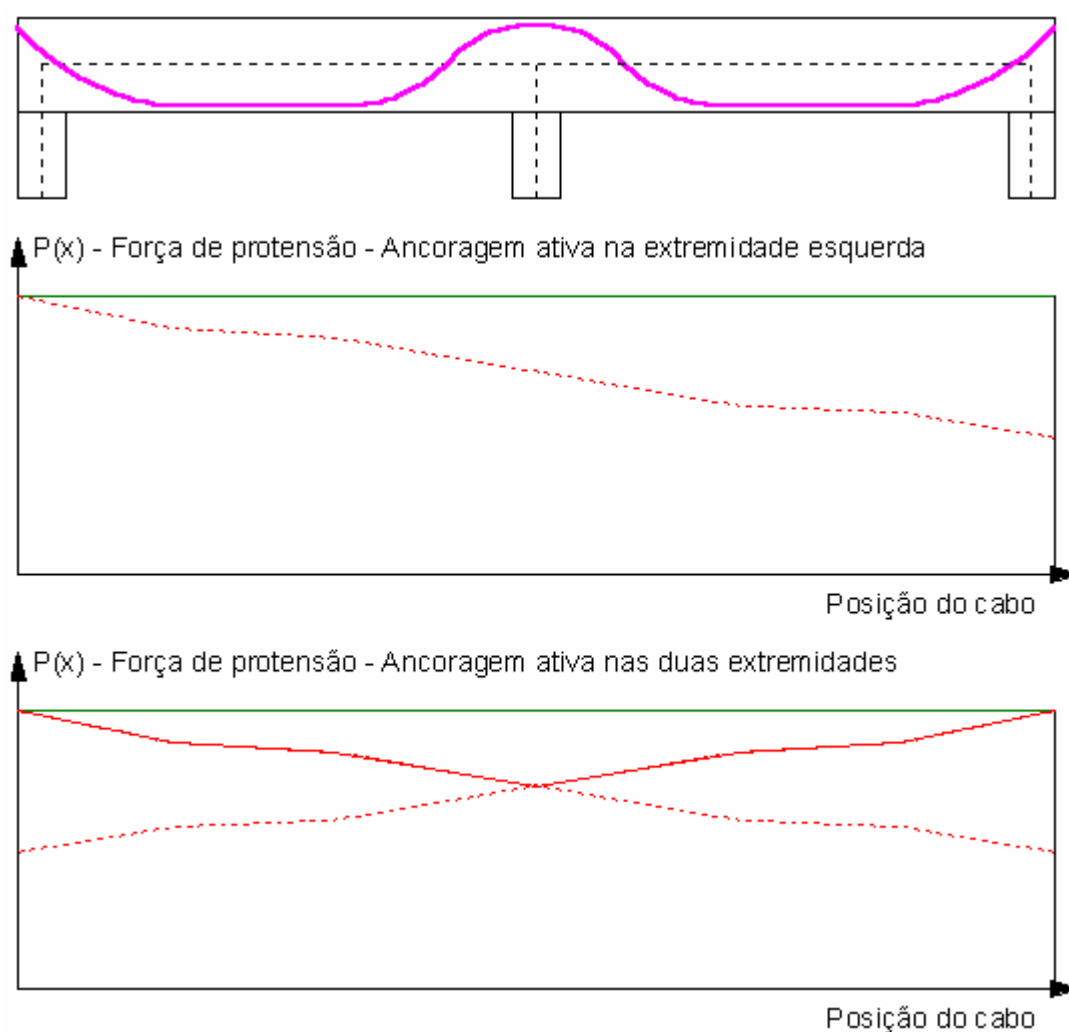


Figura 3.2 - Variação das perdas por atrito em vigas longas

Além do atrito entre o cabo e a bainha que ocorre quando o cabo está sendo esticado, no momento da protensão desenvolve-se atrito entre os cabos e as peças adjacentes ao mesmo, ou seja, nos macacos, nas ancoragens e ao longo do cabo. Nos cabos constituídos por fios e cordoalhas, observa-se experimentalmente que as perdas por atrito dos cabos nos macacos e ancoragens são da ordem de 5%. Esta perda pode ser compensada pelo aumento da pressão exercida pelo macaco na protensão (Pfeil, 1984).

3.2 Perdas por acomodação da ancoragem

Nas peças pré-tracionadas, o esforço de protensão é transmitido diretamente ao concreto, não havendo perdas por atrito nem por acomodação da ancoragem.

Nas peças pós-tracionadas, ao final da etapa de protensão, o esforço aplicado pelo macaco precisa ser transferido para o cabo de protensão e ancorado. Essa transferência acontece normalmente através de um dispositivo formado por cunhas de aço, que fazem a ancoragem do cabo em placas projetadas para essa finalidade.

Nesse processo de encunhamento, ocorre uma acomodação dos cabos nas cunhas, quando da penetração das cunhas nos furos, com redução do alongamento do cabo de protensão da ordem de 6 a 12mm. Isto implica numa redução da força de protensão do cabo, constituindo o que se chama de perda de protensão por acomodação da ancoragem.

Se não existisse o atrito entre o cabo e a bainha, essa redução do alongamento e, conseqüentemente, do esforço de protensão seria diluída ao longo de todo o cabo. Entretanto, devido ao atrito que ocorre no sentido inverso àquele da protensão, esse esforço é dissipado apenas no trecho próximo à ancoragem.

Com isso, o esforço de protensão junto à ancoragem, bem como o comprimento no qual ocorre a perda de protensão por acomodação da ancoragem precisam ser determinados. Existem, na bibliografia, algumas formas de determinar essas variáveis. Do ponto de vista de implementação computacional, uma abordagem simples pode ser dada através da analogia do problema ao cálculo da área do diagrama $P_{(x)}$ x comprimento da viga.

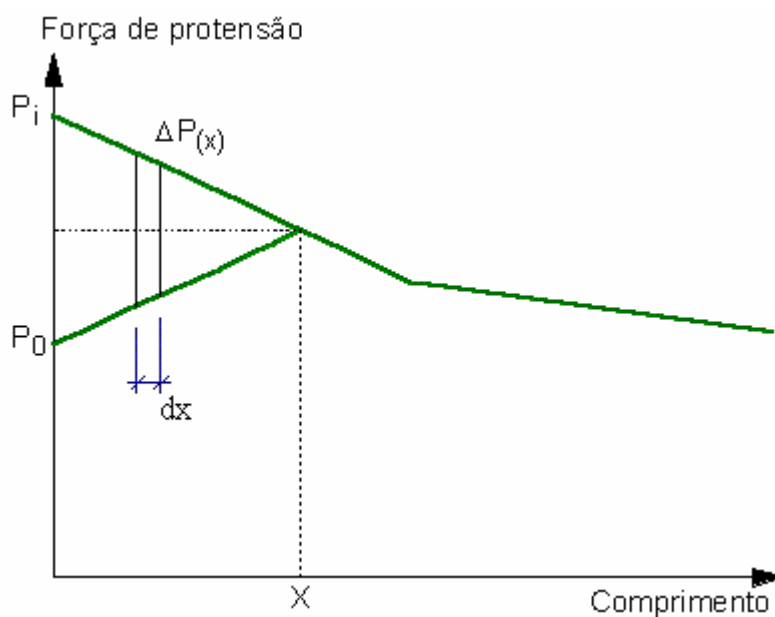


Figura 3.3 - Analogia de área para o cálculo das perdas por acomodação da ancoragem

$$\delta = \int_0^x \varepsilon_{(x)} \cdot dx \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{(x)} = \frac{\Delta P_{(x)}}{A_p \cdot E_p} \quad (3.4)$$

$$\delta = \int_0^x \frac{\Delta P_{(x)}}{A_p \cdot E_p} \cdot dx = \frac{1}{A_p \cdot E_p} \int_0^x \Delta P_{(x)} \cdot dx \quad (3.5)$$

$$\delta \cdot A_p \cdot E_p = \int_0^x \Delta P_{(x)} \cdot dx \quad (3.6)$$

Onde:

δ = encurtamento da ancoragem

$\varepsilon_{(x)}$ = deformação específica do concreto

A_p = área de protensão

E_p = módulo de elasticidade do aço

$$\int_0^X \Delta P_{(x)} \cdot dx = \text{área do diagrama}$$

A solução do problema consiste em encontrar qual é o comprimento “X” necessário para que a área formada por P_i , $\Delta P_{(x)}$ e P_0 sejam equivalentes à parcela $\delta \cdot A_p \cdot E_p$. Num processo computacional iterativo, fica fácil obter-se convergência da solução.

3.3 Perdas por encurtamento elástico do concreto

As perdas por encurtamento elástico são, ao contrário das perdas por atrito e acomodação da ancoragem, mais difíceis de se determinar, principalmente nas peças hiperestáticas e pós-tracionadas.

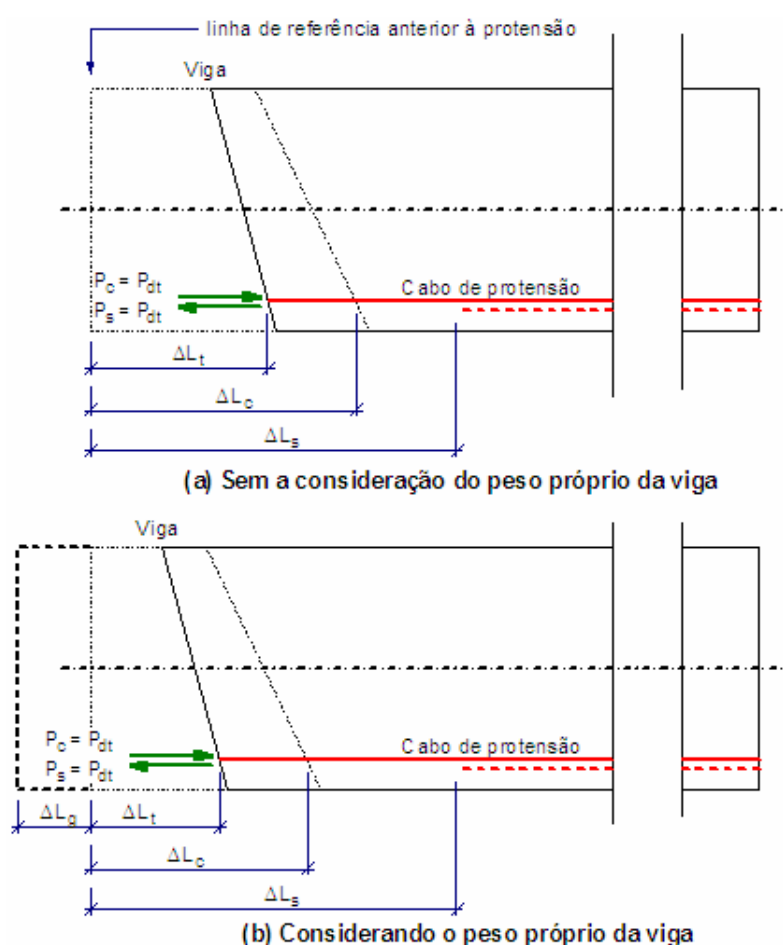


Figura 3.4 - Perdas por encurtamento elástico do concreto (Cole, 2000)

Se o esforço de protensão aplicado na viga pré-tracionada da Figura 3.4 fosse resistido exclusivamente pelo cabo sujeito ao livre deslocamento, o encurtamento sofrido pelo cabo para que a força de protensão variasse de P_i até zero seria ΔL_s . Da mesma maneira, o encurtamento da viga de concreto quando submetida ao esforço de protensão seria de ΔL_c .

Se não houvesse aderência entre o aço de protensão e o concreto da viga, a diferença existente entre os módulos de elasticidade e as áreas de concreto e do aço fariam com que ΔL_s e ΔL_c fossem diferentes. Devido à essa aderência, entretanto, à medida que o encurtamento do aço vai aumentando e a força de protensão vai diminuindo, o encurtamento do concreto passa a ser menor, até um ponto de equilíbrio, alcançado em ΔL_t .

Na Figura 3.4(a) não está sendo considerado o peso próprio ou outros carregamentos externos. Já na Figura 3.4(b), o efeito do peso próprio, que é o mesmo das outras cargas externas, representa um alongamento da armadura, como o valor ΔL_g .

A determinação das perdas por encurtamento elástico é diferente em estruturas isostáticas e hiperestáticas, pré e pós-tracionadas e, por isso, serão estudadas separadamente para cada caso.

3.3.1 Peças pré-tracionadas isostáticas

Como exemplo de peças nessas condições, pode-se citar o caso das vigas pré-moldadas em fábrica, nas quais os cabos são todos pré-tensionados e, posteriormente, após a concretagem e cura da peça, as ancoragens externas são desligadas e o esfor-

ção de protensão é aplicado praticamente instantaneamente na estrutura pela ação de todos os cabos.

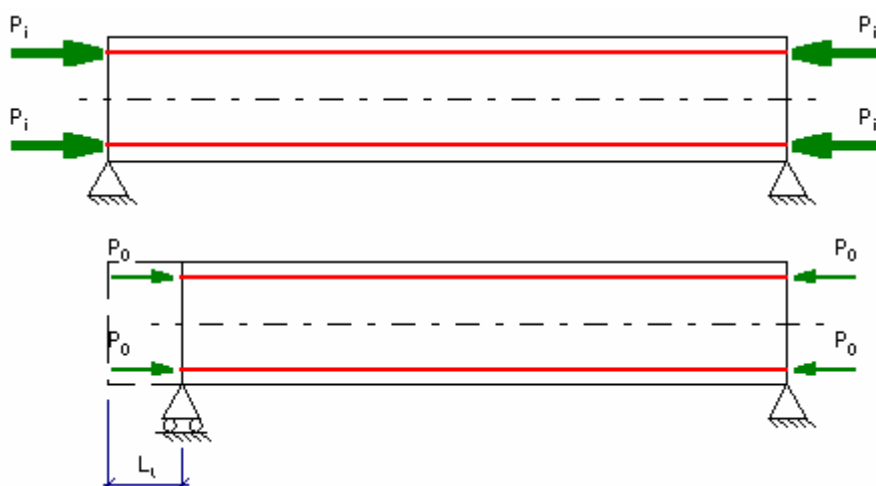


Figura 3.5 - Viga pré-tracionada isostática

A força total de protensão (P_i) dos cabos é transferida para o concreto, que sofre encurtamento elástico proporcional à força do cabo. Essa força diminui à medida que o encurtamento da peça vai ocorrendo. O cabo atinge a configuração final após o equilíbrio atingido entre a força de protensão (P_0), reduzida pelo encurtamento elástico (ΔL_t), e a tensão na peça de concreto que sofreu o encurtamento elástico.

Como existe um livre deslocamento da peça, é possível determinar, com relativa facilidade e precisão, a configuração final deformada e a força no cabo através de um cálculo iterativo.

3.3.2 Peças pré-tracionadas hiperestáticas

Devido a algumas dificuldades construtivas, a construção de estruturas hiperestáticas pré-tracionadas não é muito comum. O pórtico da Figura 3.6 pode exemplificar esse tipo de estrutura.



Figura 3.6 - Pórtico pré-tracionado hiperestático

Estando os cabos já pré-tensionados, a estrutura é construída e, posteriormente, as ancoragens externas são desligadas e o esforço dos cabos é aplicado na estrutura. Com a transmissão da força de protensão para a estrutura, a peça protendida vai sofrendo um encurtamento proporcional à força de protensão.

A força de protensão inicial (P_i), medida ao final do estiramento dos cabos, entretanto, é reduzida pelo encurtamento elástico do concreto e, também, pela existência dos hiperestáticos de protensão, que reduzem o esforço de protensão ao valor P_0 , em virtude da restrição da estrutura ao livre deslocamento. A posição do cabo interfere no valor da perda por encurtamento elástico, sendo que, neste exemplo, os cabos superiores, que tiveram um maior encurtamento, são os que tiveram as maiores perdas de protensão por encurtamento elástico.

A determinação da conformação final da estrutura e do esforço no cabo exige que seja feito um processo iterativo que leve em conta as duas parcelas de perdas do

esforço de protensão, devido ao encurtamento elástico e à hiperestaticidade da estrutura. Em geral, essa condição somente é possível através de procedimentos computacionais.

3.3.3 Peças pós-tracionadas isostáticas

Nas peças pós-tracionadas, a protensão é feita através da passagem e estiramento dos cabos no interior das bainhas que foram deixadas na peça quando concretada. A operação da protensão é feita cabo a cabo, segundo uma seqüência pré-determinada em projeto.

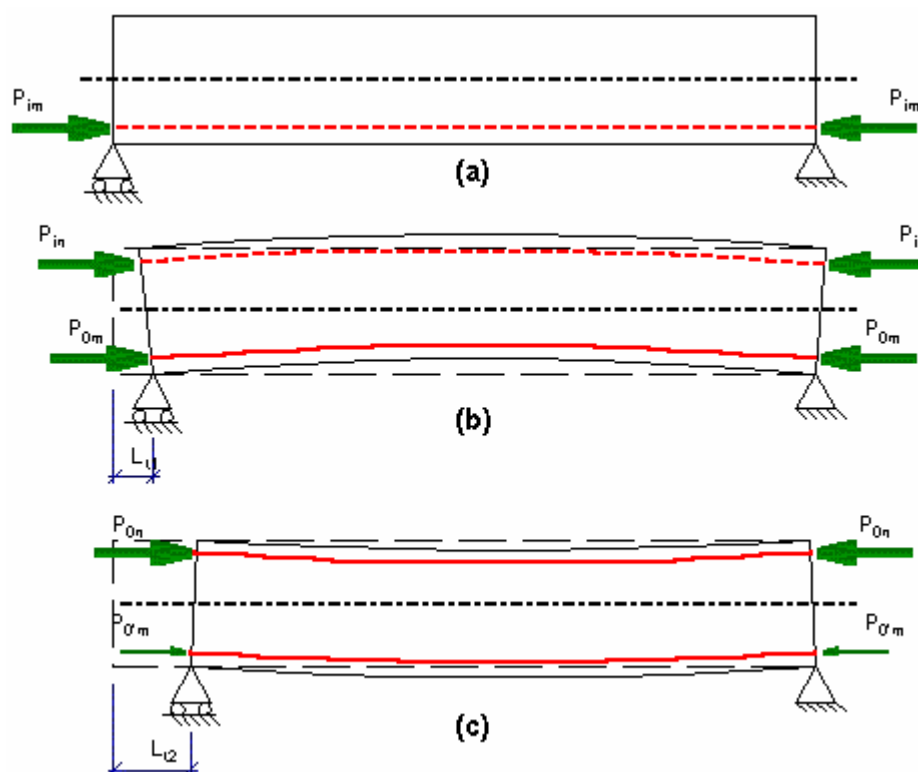


Figura 3.7 - Viga pós-tracionada isostática

Durante a protensão do primeiro cabo “m”, a peça isostática sofre um livre deslocamento ΔL_{t1} e o esforço de protensão medido (P_{im}), aplicado pelo macaco, é trans-

mitido para a estrutura, provocando um encurtamento na peça. Ao final da protensão do primeiro cabo, o esforço de protensão P_{0m} permanece igual a P_{im} .

A protensão do segundo cabo “n” também provoca o encurtamento da peça, o que altera o estado de tensões do primeiro cabo. Enquanto a protensão do cabo “n” é aplicada até o valor P_{0n} , o esforço de protensão no cabo “m” passa de P_{0m} a um valor $P_{0'm}$, reduzido pelo encurtamento adicional provido pelo cabo “n”.

Sucessivamente, a protensão de um cabo altera o estado de tensões dos outros cabos já protendidos, reduzindo o esforço de protensão. O primeiro cabo protendido é quem sofre a maior perda de protensão e o último cabo não sofre esse efeito.

Para considerar esse comportamento da estrutura no cálculo dos esforços e deslocamentos, é preciso que sejam feitas iterações na força de protensão e nos deslocamentos da peça, corrigindo a força de protensão em cada cabo para cada estágio de protensão. A NBR 6118:2003 propõe no item 9.6.3.3.2.1 uma expressão para a consideração desse efeito a partir da média das tensões atuantes nos “n” cabos protendidos.

3.3.4 Peças pós-tracionadas hiperestáticas

Nas peças pós-tracionadas hiperestáticas, a influência de um cabo sobre o outro é perturbada pela existência dos hiperestáticos de protensão que restringem os deslocamentos e rotações da estrutura e interferem no desempenho dos cabos.

A resolução dessas estruturas considerando as perdas por encurtamento elástico requer procedimentos iterativos sofisticados, que considerem os encurtamentos de cada cabo levando em conta o comportamento hiperestático da estrutura.

3.4 Perdas progressivas de protensão

As perdas progressivas são aquelas que ocorrem ao longo do tempo, sob a ação das cargas permanentes, provocadas, em geral, pelos efeitos da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão.

A retração e a fluência do concreto provocam encurtamento da peça. Com esse encurtamento, o cabo de protensão aderido ao concreto perde parte de seu pré-alongamento e, com isso, perde parte da força de protensão. A relaxação do aço é um fenômeno diferente da retração e fluência, já que a perda de tensão no aço ocorre sem que haja variação no comprimento do cabo, por alterações físicas na estrutura do material.

Os valores parciais e totais das perdas progressivas de protensão devem ser determinados considerando-se a interação dessas causas. A NBR 6118:2003 apresenta no item 9.6.3.3, três processos simplificados para a determinação das perdas progressivas. Os processos da norma pressupõem a existência de aderência entre a armadura e o concreto e que o elemento estrutural permaneça no estágio I.

3.4.1 Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação

Este processo é aplicável quando são satisfeitas as seguintes condições:

- a) a concretagem do elemento estrutural e a operação de protensão são executadas em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;

- b) o conjunto dos cabos de protensão pode ser admitido como equivalente a um cabo resultante.

Para essas condições satisfeitas, a norma apresenta as expressões abaixo, para as perdas e deformações progressivas do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p} \quad (3.7)$$

$$\Delta\varepsilon_{pt} = \frac{\sigma_{p0} \cdot \chi(t, t_0)}{E_p} + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{E_p} + \chi_p \quad (3.8)$$

$$\Delta\varepsilon_{ct} = \frac{\sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0)}{E_{ci,28}} + \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_{ci,28}} + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (3.9)$$

Sendo:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)]$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_c}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci,28}}$$

onde:

$\sigma_{c,pog}$ é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocado pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

$\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto no instante t para a protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 ;

$\Delta\sigma_{p0}$ é a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0 , positivo se de tração;

$\chi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ é a retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 ;

$\psi(t, t_0)$ é o coeficiente de relaxação do aço no instante t para a protensão e a carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

$\Delta\sigma_c(t, t_0)$ é a variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre t_0 e t ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$ é a variação da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

ρ_p é a taxa geométrica de armadura de protensão;

e_p é a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto;

A_p é a área da seção transversal do cabo resultante;

A_c é a área da seção transversal do concreto;

I_c é o momento central de inércia na seção do concreto.

3.4.2 Processo aproximado

Segundo a NBR 6118:2003, este processo pode substituir o processo simplificado desde que satisfeitas as mesmas condições de aplicação e que a retração não difira em mais de 25% do valor $[-8 \times 10^{-5} \varphi(\infty, t_0)]$.

O valor da perda de tensão devido a fluência, retração e relaxação é dado por:

a) para aços de relaxação normal (%)

$$\frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{\sigma_{p0}} = 18,1 + \frac{\alpha_p}{47} [\varphi(t_\infty, t_0)]^{1,57} (3 + \sigma_{c,pog}) \quad (3.10)$$

b) para aços de relaxação baixa (%)

$$\frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{\sigma_{p0}} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} [\varphi(t_\infty, t_0)]^{1,07} (3 + \sigma_{c,pog}) \quad (3.11)$$

onde:

σ_{p0} é a tensão na armadura ativa devido exclusivamente à força de protensão no instante t_0 .

3.4.3 Método geral de cálculo

Quando não são satisfeitas as condições estabelecidas para o processo simplificado e as ações permanentes (carga permanente ou protensão) são aplicadas parceladamente em idades diferentes, a fluência deve ser considerada para cada uma das camadas de concreto e a relaxação de cada cabo, considerada separadamente.

4 Estruturas hiperestáticas protendidas

4.1 Idéias básicas

Algumas estruturas protendidas são altamente hiperestáticas e a ocorrência de esforços hiperestáticos de protensão elevados, muitas vezes em função de concepções equivocadas, pode induzir a conclusão de que a solução utilizando a protensão é inconveniente. É preciso, portanto, compreender os fenômenos que ocorrem nas estruturas protendidas hiperestáticas para que a protensão possa ser utilizada de maneira adequada e eficiente.

Nas estruturas protendidas comuns, as vigas são isostáticas ou admitidas usualmente como hiperestáticas somente à flexão. Tomando como exemplo a viga contínua da Figura 4.1, pode-se notar que os apoios conferem hiperestaticidade na direção “y”, mas permitem a livre deformação na direção “x”.

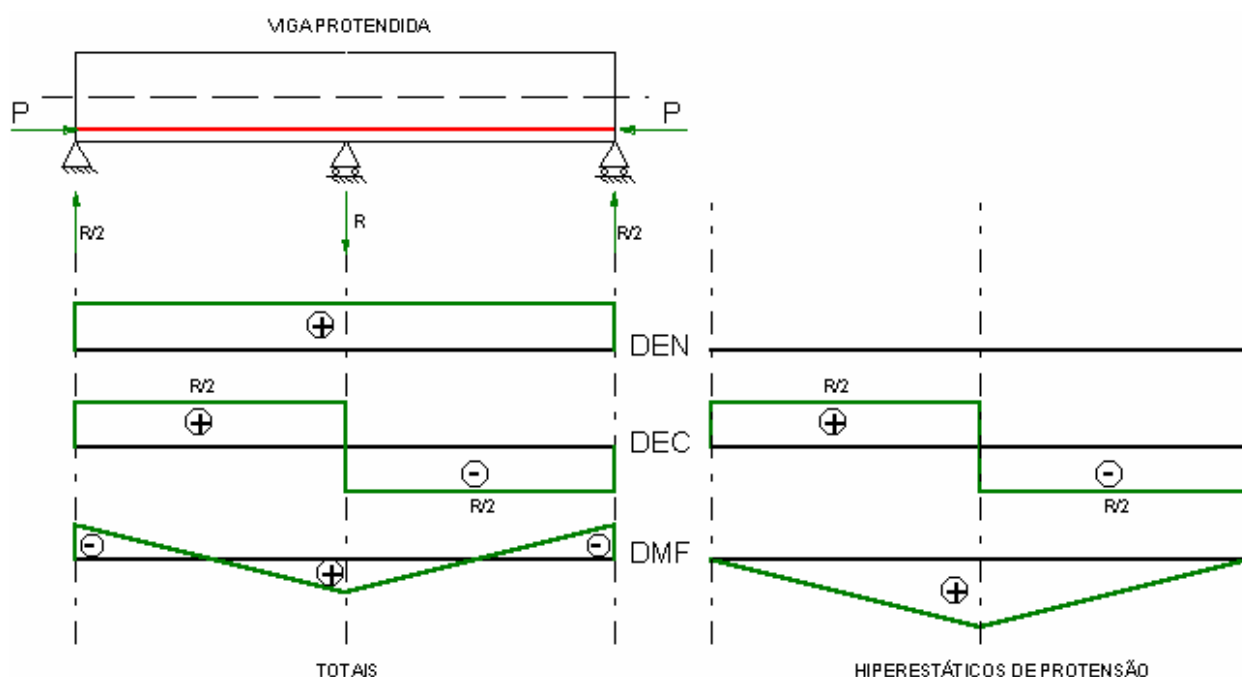


Figura 4.1 - Vigas sem hiperestaticidade ao esforço normal

Os diagramas de esforços solicitantes mostram a ocorrência de esforços cortantes e fletores hiperestáticos devidos à protensão, mas como existe livre deformação axial, não existem esforços normais hiperestáticos de protensão.

Uma situação análoga ocorre no pórtico de um vão da Figura 4.2, no qual os apoios são isostáticos horizontalmente. Se a estrutura estiver submetida à protensão por um cabo centrado, não ocorrem esforços de flexão ou cortante decorrentes da protensão, mas somente o esforço normal igual ao esforço aplicado no próprio cabo.

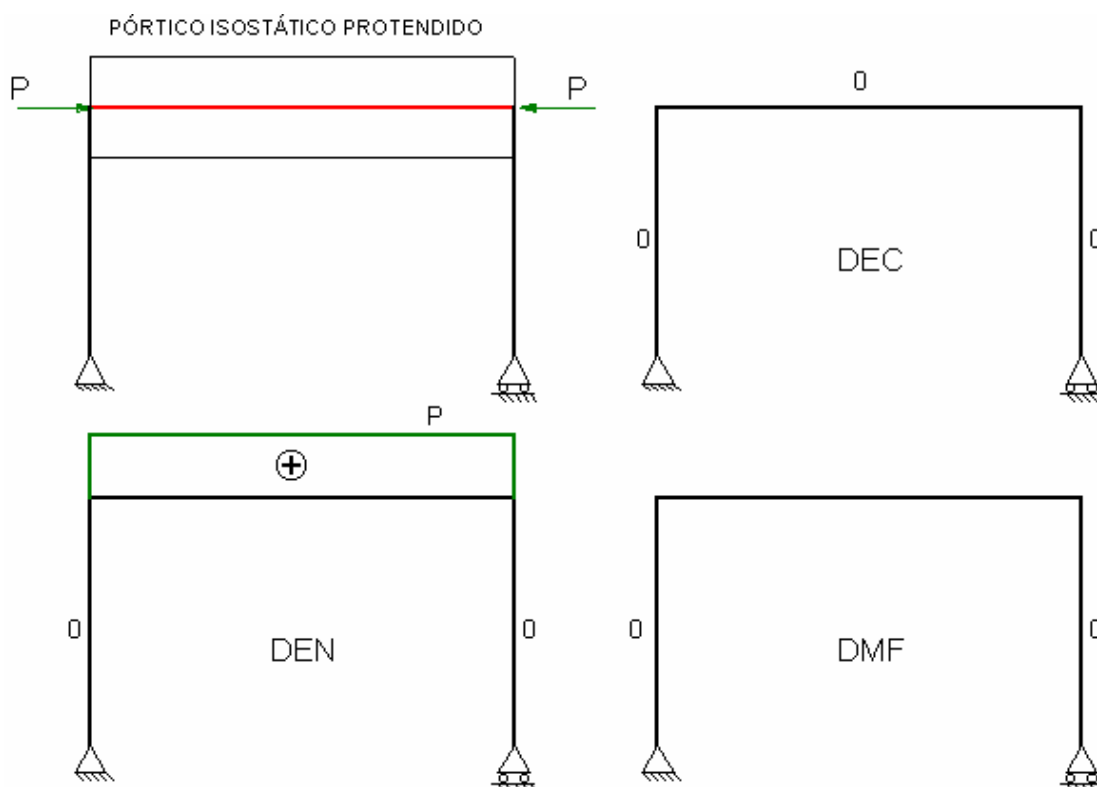


Figura 4.2 – Pórtico sem hiperestaticidade ao esforço normal

O funcionamento das estruturas hiperestáticas protendidas pode ser melhor compreendido analisando o pórtico da Figura 4.3 apresentado por Nilson (1987), com hiperestaticidade ao deslocamento horizontal, submetido ao peso próprio e a um carregamento externo de serviço. A viga superior possui um cabo de protensão parabólico, cuja excentricidade ocorre junto e acima do centróide nos apoios e abaixo dele no meio do vão. Os pilares também são protendidos desde o nó da viga até os apoios, onde a excentricidade é nula.

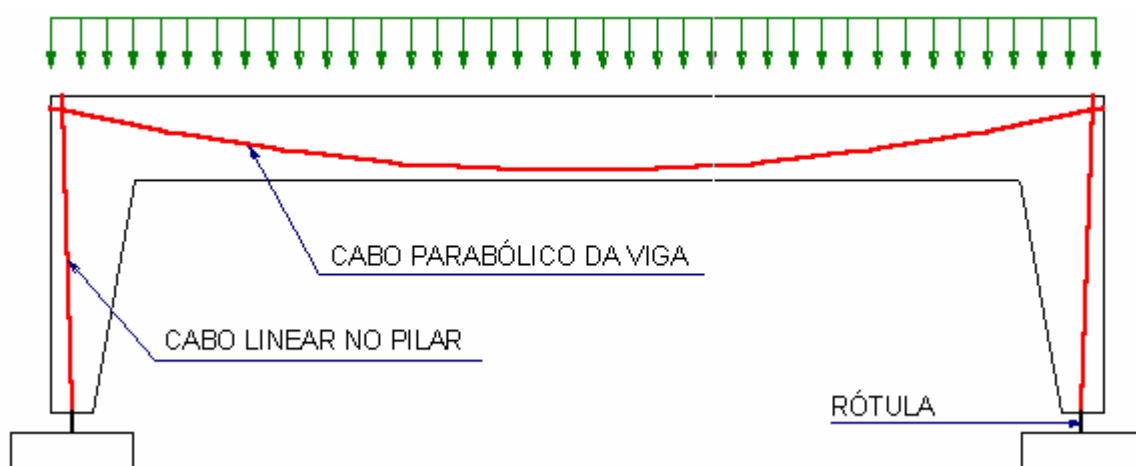


Figura 4.3 - Pórtico Protendido – Nilson (1987)

A Figura 4.4 mostra a carga vertical equivalente que atua na viga, decorrente da curvatura do cabo. Esta carga provoca uma deflexão da viga para cima, acompanhada de uma rotação dos nós rígidos do pórtico, que causam a inflexão dos pilares para dentro da estrutura. Em função disso, surgem reações de apoio horizontais apontando para fora do pórtico.

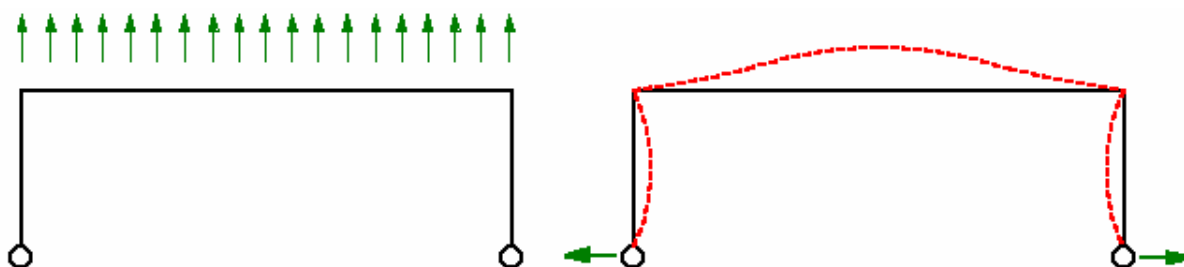


Figura 4.4 - Efeitos da carga equivalente de protensão devido à curvatura do cabo

Na Figura 4.5, a componente axial da força de protensão faz com que a viga tenha uma tendência ao encurtamento, o que também provoca reações de apoio horizontais apontando para fora do pórtico. Estas restrições horizontais ao deslocamento implicam, entretanto, em esforços de flexão nas faces internas do pórtico, bem como deformações características de flexão. É importante ressaltar que, neste caso, não exis-

tem cargas distribuídas aplicadas, mas apenas o esforço normal do cabo, que age como se houvessem estas cargas. Este efeito não era observado quando da análise de vigas isoladas.

Além desse efeito, as reações horizontais implicam na redução do esforço de protensão efetivo na viga, o que deve ser levado em conta no projeto.

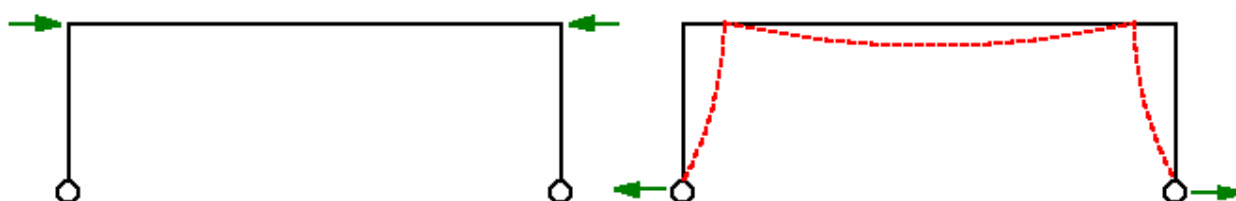


Figura 4.5 - Efeito axial da protensão

Os esforços, reações e deslocamentos devido ao peso próprio e às cargas de serviço tem efeitos usualmente observados nos pórticos em geral, como mostra a Figura 4.6.

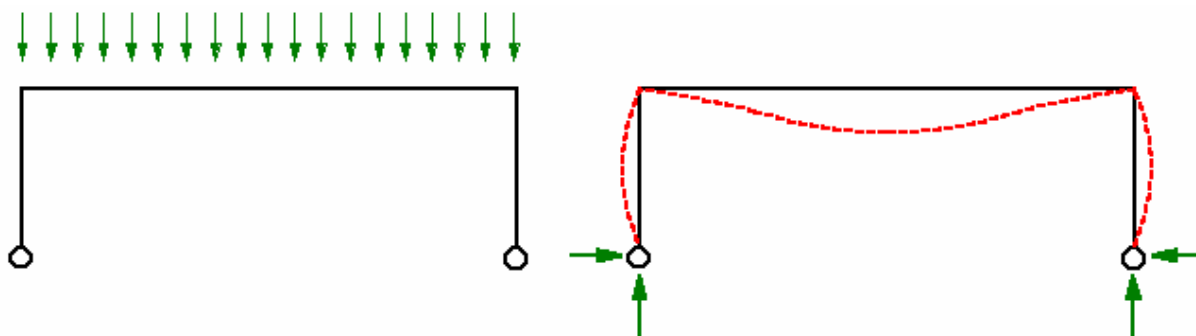


Figura 4.6 – Cargas acidentais e peso próprio da estrutura

Quando a força de protensão e o peso próprio são superpostos, como na Figura 4.7, é usual, na maioria dos casos, que a carga distribuída total (soma das cargas devido ao peso próprio e das cargas equivalentes devido à curvatura do cabo) tenha resultante apontando para cima, implicando na deflexão da viga na mesma direção. É dese-

jável que as reações de apoio, obtidas pela superposição destas reações das figuras 4.4, 4.5 e 4.6, apontem para fora, ao contrário dos casos de pórticos sem o esforço de protensão.

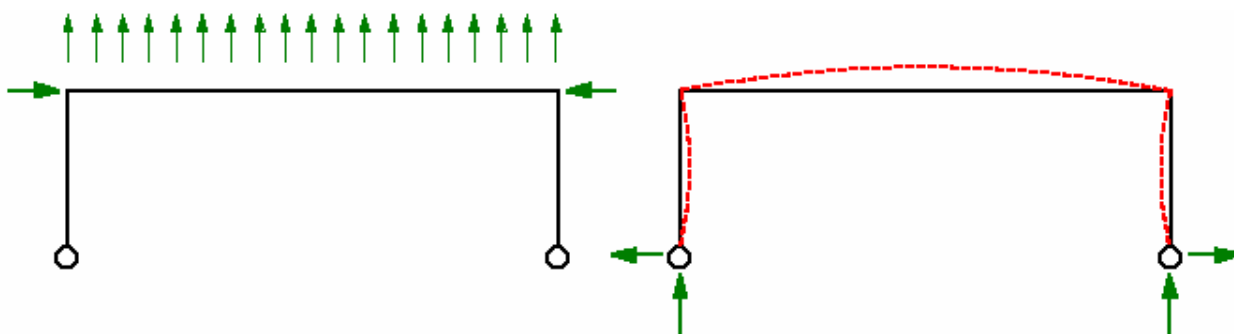


Figura 4.7 - Superposição do peso próprio e da protensão

Finalmente, quando todas as cargas, incluindo as cargas de serviço, estão aplicadas em conjunto com a protensão (Figura 4.8), a viga deve deformar-se para baixo, como nos pórticos usuais. As reações de apoio também apontam para dentro do pórtico, como na Figura 4.6, porém com menor intensidade, em virtude dos efeitos combinados de flexão e encurtamento devidos à protensão. A redução destas reações horizontais implicará em fundações mais leves e pilares com menor rigidez.

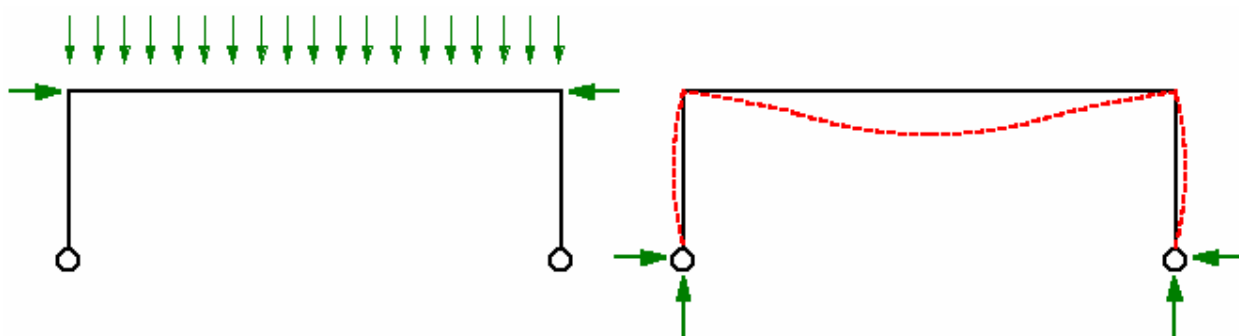


Figura 4.8 - Cargas externas totais mais superpostas à protensão

A magnitude dos vários efeitos discutidos anteriormente, bem como a direção das reações de apoio e deslocamentos, não dependem somente da intensidade da for-

ça de protensão ou das cargas aplicadas, mas também da rigidez dos pilares do pórtico. Pilares rígidos têm alto grau de restrição e causam importantes reduções no esforço de protensão efetivo na viga. Pilares mais esbeltos permitem maiores deslocamentos horizontais, com conseqüente encurtamento da viga e manutenção do esforço de protensão efetivo próximo ao aplicado.

Exceto para o caso de pórticos com apoios isostáticos e cabos centrados, as demais estruturas aporticadas hiperestáticas sempre terão esforços hiperestáticos adicionais devido à protensão.

Os exemplos anteriores foram estudados para esforços de protensão constantes ao longo da estrutura. Como se sabe, o esforço de protensão nas estruturas reais não é constante em virtude das perdas de protensão por atrito, acomodação da ancoragem, encurtamento elástico, retração e fluência do concreto, e relaxação do aço. Estas perdas de protensão podem alterar significativamente o comportamento da estrutura durante sua construção e vida útil, tanto em termos de esforços como deslocamentos. A avaliação dessa variação provocada pelas perdas de protensão torna-se mais difícil em função da hiperestaticidade existente.

Desta forma, a escolha dos processos já estudados para análise da estrutura passa a ter grande importância, uma vez que determina a viabilidade ou não da obtenção de uma solução que leve em conta todos os fenômenos envolvidos. Assim, a consideração da protensão como um campo de deformações iniciais ou como um conjunto de esforços solicitantes iniciais equivalentes, poderá ser muito trabalhosa para a obten-

ção de uma solução estrutural que leve em conta, por exemplo, as perdas de protensão.

O processo das cargas externas equivalentes permite esse tipo de análise e, por esta razão, será utilizado neste trabalho.

O estudo da influência das perdas de protensão nos esforços e deslocamentos nas estruturas hiperestáticas é um dos objetivos deste trabalho.

4.2 Estudo das estruturas hiperestáticas através do software SAP 2000

O SAP2000 é um software comercial amplamente utilizado por projetistas de estruturas, cujo modelo matemático de análise é feito através do Método dos Elementos Finitos. Trata-se de uma ferramenta poderosa para a análise linear e não-linear de estruturas de elementos de barras, placas ou de elementos sólidos. Entre os recursos desse software está a possibilidade de modelagem de cabos de protensão em estruturas com elementos de barras. O SAP2000 seria, portanto, uma alternativa para a resolução de estruturas hiperestáticas protendidas adequada à realidade do mercado de projeto.

Nesse sentido, cabe apresentar as principais hipóteses e limitações do modelo utilizado pelo SAP2000 para a consideração da protensão na análise:

Hipóteses fundamentais:

- As forças de protensão aplicadas pelo cabo na estrutura devem ser informadas para cada cabo;
- Numa mesma barra podem existir vários cabos de protensão com geometrias distintas para cada cabo;

- Os cabos podem ser retos ou com curvaturas parabólicas, definidas a partir das coordenadas dos nós das extremidades e do centro;
- Cada cabo de protensão precisa estar vinculado a um caso de carregamento para ser considerado na análise da estrutura;
- O cabo é admitido como atuante dentro de uma bainha disposta no interior da peça.

Limitações do modelo:

- As deformações transversais do cabo são as mesmas do elemento de concreto numa mesma seção.
- O esforço do cabo de protensão não é alterado com as deformações do elemento ou da estrutura;
- Não é possível modelar curvaturas horizontais no cabo.

Além das hipóteses e limitações apresentadas, existem outras três hipóteses que devem ser destacadas:

- O esforço de protensão é considerado na estrutura através de um conjunto de cargas distribuídas equivalentes proporcionais à tensão no cabo, auto-equilibradas por forças e momentos aplicados nas extremidades. Este fato reforça a importância do processo das cargas externas equivalentes como alternativa de representação da protensão.
- As forças de protensão de todos os cabos são aplicadas simultaneamente na estrutura. Este fato tem como limitação a impossibilidade de se levar em conta na análise o processo construtivo e a história de aplicação da protensão na estrutura.

- A tensão no cabo é admitida como constante ao longo do elemento, ou seja, o SAP2000 não leva em conta automaticamente as perdas do esforço de protensão. Para sua consideração no modelo, é preciso que as barras sejam manualmente divididas e o esforço de protensão seja informado na escala gradativa das perdas de protensão.

A descrição dos recursos disponíveis no SAP2000 tem o objetivo de salientar a importância do estudo proposto por este trabalho, a fim de contribuir para uma maior aproximação dos conhecimentos aos fenômenos que ocorrem nas estruturas reais.

5 Implementação do programa

O estudo de estruturas hiperestáticas protendidas proposto neste trabalho depende da obtenção dos esforços e deslocamentos na estrutura, considerando os esforços originados pela protensão. A determinação manual destas grandezas seria muito trabalhosa e restringiria o escopo do trabalho. Assim, optou-se por desenvolver rotinas de cálculo para auxiliar na obtenção dos dados necessários para a pesquisa. Estas rotinas foram desenvolvidas utilizando-se Programação Orientada a Objetos (OOP), aplicada na resolução matricial de estruturas hiperestáticas, nas quais se considerou o efeito da protensão.

Como as rotinas não visam aplicação comercial, não houve a preocupação em criar interfaces para o usuário, exceto aquelas necessárias à inserção dos dados e obtenção dos resultados.

5.1 Diretrizes adotadas para a implementação do programa

5.1.1 Linguagem de programação adotada

As rotinas de cálculo foram elaboradas na linguagem C++ implementadas pelo compilador Borland C++ 5.2, que utilizam a técnica da Programação Orientada a Objeto.

tos. Ao contrário da programação estruturada, em que são definidos procedimentos principais e subrotinas para a execução dos métodos, a Orientação a Objetos baseia-se na divisão dos códigos em Classes, nas quais ficam encapsuladas as variáveis e métodos. Este tipo de programação permite o reaproveitamento de códigos em contextos diversos do programa, otimizando seu desenvolvimento e execução.

A opção por utilizar a linguagem C++ deve-se a sua maior proximidade ao contexto de atividade profissional do autor. Além disso, foi possível utilizar uma parte do código desenvolvida por BANKI (1999), relativa à resolução de pórticos planos, que serviu como módulo inicial do programa.

5.1.2 Esquema geral do programa

As rotinas foram implementadas com base num esquema geral comum aos programas de caráter científico, ou seja, um módulo de entrada de dados, um módulo de processamento das rotinas e elaboração dos cálculos referentes ao estudo propriamente dito e um módulo da saída de dados.

Como não há interesse comercial neste desenvolvimento, optou-se por fazer a entrada de dados e os relatórios contendo os resultados do processamento através de arquivos de texto. Como informação complementar aos relatórios, foram gerados arquivos gráficos para os momentos fletores, para a linha elástica deformada e para o traçado dos cabos de protensão em formato DXF (Data eXchange Format), que é um formato público, que permite sua visualização em quase todos os softwares de CAD existentes no mercado.

Assim, o esquema geral do programa segue o diagrama da Figura 5.1

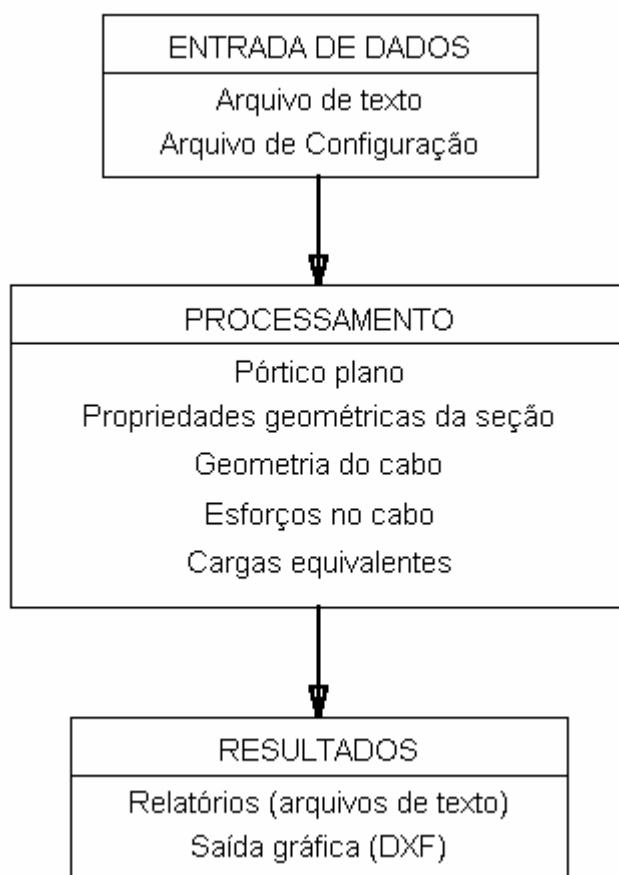


Figura 5.1 - Esquema geral do programa

5.1.3 Analogia do modelo matemático ao modelo físico

Para uma correta compreensão das rotinas implementadas é necessário ter-se uma visão geral do modelo matemático adotado, que se baseia num modelo de discretização da estrutura em barras, utilizando elementos de pórtico plano. Optou-se por um modelo em que é necessário definir os elementos protendidos da estrutura com um número elevado de barras (da ordem de 50 barras por vão) a fim de determinar detalhadamente a geometria do cabo, as cargas distribuídas e concentradas, os esforços e deslocamentos. As propriedades geométricas determinadas para cada uma das barras

são calculadas a partir de uma seção “I” genérica, o que torna possível a consideração da contribuição dos cabos de protensão na inércia homogeneizada da seção.

O efeito da protensão é considerado através do método das cargas externas distribuídas equivalentes, complementado por cargas corretivas aplicadas ao final dos trechos em que ocorrem variações no esforço de protensão.

Uma das diretrizes mais importantes do modelo diz respeito à forma de introdução da protensão na estrutura. O estudo deste trabalho está direcionado às peças protendidas pós-tracionadas, nas quais a estrutura vai sofrendo deformações durante o processo de aplicação da protensão. Nas estruturas isostáticas, o encurtamento da peça não gera esforços adicionais à estrutura. O mesmo não ocorre nas estruturas hiperestáticas, nas quais a aplicação da força de protensão implica num conjunto de esforços iniciais, decorrentes dos encurtamentos que aconteceram durante a operação da protensão, até que sejam atingidos os níveis de protensão de projeto.

Este comportamento físico que ocorre nas estruturas reais foi traduzido para este estudo de uma forma diferente, no qual o esforço de protensão de todos os cabos aplicados em uma determinada peça protendida é suposto como transferido para a estrutura instantaneamente. Isso significa que o modelo não considera a interferência da protensão de um cabo em relação aos demais e, com isso, os efeitos dos encurtamentos elásticos que ocorrem durante a aplicação da protensão são desprezados.

As perdas de protensão são consideradas de maneira simplificada. As perdas imediatas, por atrito e acomodação da ancoragem, são consideradas segundo as prescrições da NBR 6118:2003. As perdas por encurtamento elástico do concreto são consideradas de maneira simplificada, já que a interação de um cabo com os outros e as

deformações por ele causadas, que interferem na própria força de protensão, não levam em conta as etapas de protensão. Da mesma maneira, as perdas progressivas por fluência e retração do concreto e relaxação do aço são também consideradas de forma simplificada.

O processo construtivo das peças protendidas, levando em conta possíveis composições geométricas da seção transversal, as diferentes etapas de carregamento e de protensão não fazem parte deste estudo.

5.2 Programa Implementado

A fim de compreender os resultados obtidos neste estudo, pretende-se caracterizar, nos tópicos a seguir, quais foram os métodos utilizados para a implementação do programa, bem como a forma com a qual os dados são informados e os resultados são obtidos.

As rotinas utilizadas para a resolução das estruturas hiperestáticas deste trabalho, delimitadas aos pórticos planos sob análise linear, foram obtidas do trabalho de BANKI (1999), que desenvolveu um programa para análise não-linear geométrica de pórticos planos. Deste trabalho foram aproveitadas, parcialmente, as rotinas de entrada dos dados de geometria e carregamento do pórtico, montagem e resolução do sistema de equações para a análise linear da estrutura e, no caso da saída de dados, os relatórios de deslocamentos dos nós e esforços nas barras, bem como as rotinas de saída gráfica para arquivos DXF.

A partir dessa estrutura básica do programa, foram implementadas todas as demais rotinas para caracterização dos materiais empregados, geometria e traçado dos

cabos, propriedades geométricas da seção transversal, esforços iniciais e perdas de protensão ao longo do cabo, determinação das cargas equivalentes de protensão e os relatórios de saída relativos à protensão.

5.2.1 Arquivo de entrada de dados

O arquivo de entrada de dados é um arquivo de texto, formatado de tal maneira que todas as informações necessárias para a análise da estrutura sejam repassadas e armazenadas pelo programa de forma organizada. A disposição destes dados no arquivo texto é descrita a seguir.

- Cabeçalho

```
**** Exemplo Viga isostática de 1 vão -
```

O cabeçalho tem por objetivo identificar o exemplo que está em estudo, como forma de referenciar o arquivo a um modelo de cálculo. Trata-se apenas de uma informação para o usuário e que será colocada no cabeçalho de relatório dos resultados.

- Número de nós

```
Numero de nós  
4
```

Representa o número de linhas que o programa irá ler e armazenar, relativo às coordenadas de cada um dos nós que definirão a geometria da estrutura.

- Número de barras

```
Numero de barras  
3
```

Representa o número de linhas que o programa irá ler e armazenar relativo às barras da estrutura, unidas através dos nós.

- Coordenadas dos nós

Coordenadas dos nós (X - Y)

```
0      0
500    0
1000   0
1500   0
```

Para o número de linhas definido no número de nós, o programa irá armazenar, seqüencialmente, as coordenadas cartesianas X e Y de cada um dos nós informados.

- Incidência das barras

Incidências das barras (noI - noF)

```
1 2
2 3
3 4
```

A incidência é uma informação típica de programas de análise reticulada em que é definido qual será o nó inicial e o nó final de cada barra. O programa lê estas incidências e as atribui a cada uma das barras definidas no número de barras. Esta informação é utilizada na montagem da matriz de rigidez da estrutura.

- Tipos de seções e coordenadas das seções transversais

Secoes (barraI - barraF - coordenadas das seções)

```
1
1 3 0
0 0
10 0
10 20
10 40
10 50
10 55
10 60
0 60
-10 60
-10 55
-10 50
-10 40
-10 20
-10 0
```

A primeira linha após o título separador indica o número de seções transversais diferentes que serão informadas ao programa. Para cada tipo de seção são informadas outras 15 linhas, sendo que a primeira delas contém, respectivamente, o número da barra em que inicia e termina cada tipo de seção transversal e a presença ou não de armaduras na seção. Nas 14 linhas subsequentes são informadas as coordenadas dos vértices que compõem a seção transversal, assumida para ter a forma de um “I” genérico, conforme a figura a seguir:

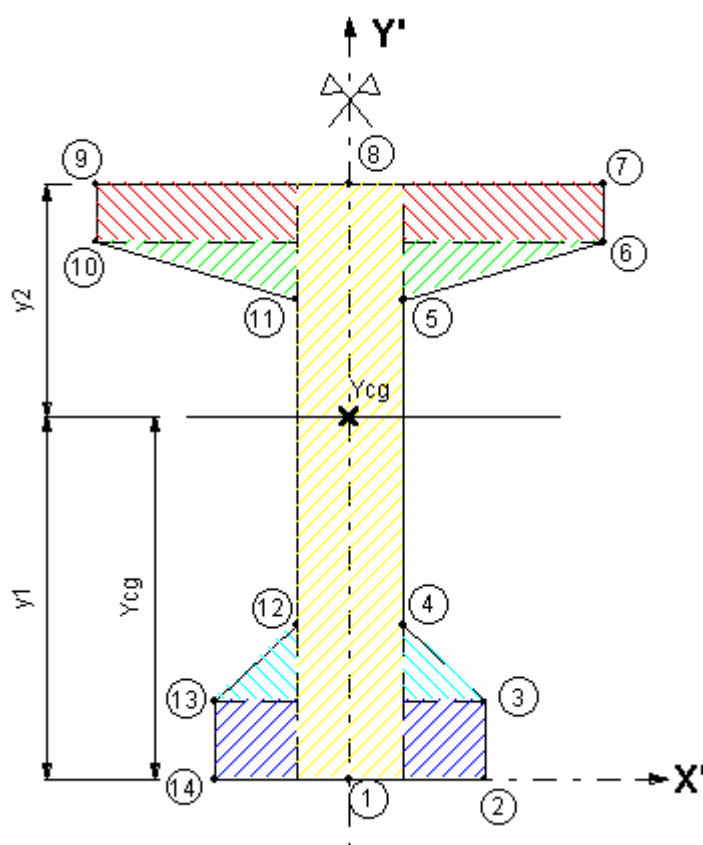


Figura 5.2 - Coordenadas da seção transversal

- Condições de vinculação dos nós

Restricoes de apoio

2

1 1 1 0

3 1 1 0

Para uma análise plana, um nó possui três graus de liberdade (GL) que são:

DX = translação na direção do eixo X

DY = translação na direção do eixo Y

Rz = rotação na direção do eixo Z , perpendicular ao plano considerado.

A primeira linha após o título separador representa o número de nós para os quais serão informadas restrições aos deslocamentos, e as linhas subsequentes indicam, respectivamente, o número do nó e a condição de vinculação em relação a cada um dos três graus de liberdade do nó, sendo que o valor 1 (um) corresponde ao deslocamento restringido e o valor 0 (zero) ao deslocamento livre.

- Cargas distribuídas nas barras

Cargas distribuídas (barraI - barraF - valor)

```
1
1 3 -50.0
```

Nesta seção, são indicados os carregamentos distribuídos aplicados sobre as barras. O valor da primeira linha representa o número de carregamentos distribuídos diferentes a serem informados. Nas linhas subsequentes, para cada um dos carregamentos esperados, define-se a barra inicial e final entre as quais este carregamento é aplicado e, em seguida, o valor da carga por unidade de comprimento. O sentido de aplicação da carga deve ser aplicado de acordo com as coordenadas da barra em seu sistema local.

- Cargas concentradas nos nós

Cargas concentradas nos nós (no - F_x - F_y - M_z)

```
1
2 0 -2000 0
```

As cargas concentradas também são definidas a partir do número de tipos diferentes, indicado na primeira linha após o título separador. Nas linhas que se seguem, são informados os respectivos nós a serem carregados, seguidos das componentes de carga concentrada F_x , F_y e M_z , aplicadas em cada nó, sendo:

F_x = valor da carga concentrada aplicada paralelamente ao eixo X;

F_y = valor da carga concentrada aplicada paralelamente ao eixo Y;

M_z = valor do momento fletor aplicado.

- Geometria do cabo de protensão

Cabos de protensão (Ncabos - Ntrechos => Noi - Ynoi - Nof - Ynof - Ramo
(asc=1 , desc=0, reto=2) - Posição (inf=0 , sup= 1))

1					
3	1	1			
1	50	15	10	0	0
15	10	35	10	2	0
35	10	49	50	1	0

Assume-se que o cabo pode ser composto por um número determinado de trechos retos horizontais ou parabólicos. Os trechos parabólicos foram classificados em ascendentes ou descendentes, localizados na parte inferior ou superior da viga, para que o programa reconheça sua concavidade e posição relativa.

A geometria dos cabos de protensão também é informada através do arquivo de entrada de dados. Na primeira linha após o título separador é indicado o número total de cabos de protensão. A seguir, é definido o número de trechos do primeiro cabo e os tipos de ancoragem de cada extremidade (o valor “1” corresponde à ancoragem ativa e o valor “0” corresponde à ancoragem passiva). Nas linhas subseqüentes, são informados os valores das coordenadas que definem o início e o fim de cada trecho, sua concavidade e posição relativa na viga, conforme a indicação:

Noi = nó da estrutura em que inicia o trecho do cabo;

Ynoi = coordenada y na qual está o início do trecho, em relação ao sistema local 'XY' da seção transversal;

Nof = nó da estrutura em que termina o trecho do cabo;

Ynof = coordenada y na qual está o fim do trecho, em relação ao sistema local 'XY' da seção transversal;

Ramo = convencionou-se o valor 1 (um) para o ramo ascendente, 0 (zero) para o ramo descendente e 2 para um trecho reto;

Posição = convencionou-se o valor 1 (um) para um ramo localizado na posição superior ao baricentro da seção e o valor 0 (zero) para um ramo que esteja localizado na posição inferior ao baricentro.

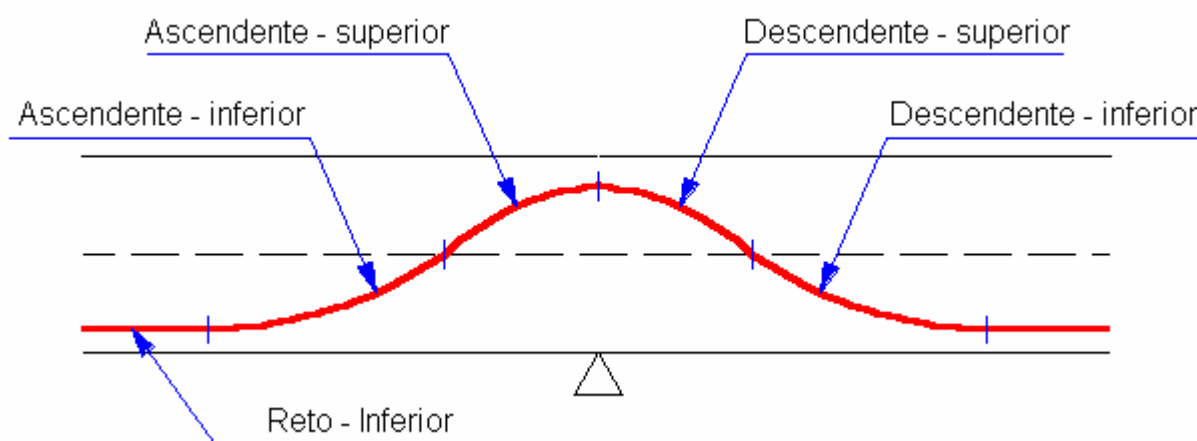


Figura 5.3 - Geometria do cabo de protensão

5.2.2 Arquivo de configurações

Alguns dados do problema têm escopo global, e valem para toda a estrutura a ser estudada. Assim, optou-se por definir alguns dados de entrada como um conjunto de configurações globais, em um arquivo texto que é lido ao executar o programa, independente do arquivo de entrada de dados.

As informações dispostas neste arquivo de configuração são relativas às propriedades do aço e concreto, com a seguinte organização:

- Cabeçalho

```
**** Arquivo de Configuracao Dos Materiais
```

Assim como no arquivo de entrada de dados, o cabeçalho tem função informativa sobre o conteúdo do arquivo que vem a seguir dele.

- Configurações relativas ao concreto

```
Configuracao do Concreto(CAA, TeorU%, fck, cobrimento(cm))  
2  
70  
30  
3.5
```

Abaixo do título separador da seção estão algumas propriedades definidas para o concreto, para a peça protendida e sobre o meio ambiente em que está inserida a estrutura.

O primeiro valor corresponde à Classe de Agressividade do Ambiente, que é um parâmetro da NBR 6118:2003 que propõe a classificação do ambiente em que está exposta a estrutura e o risco de deterioração a que ela está sujeita.

O próximo valor corresponde ao teor de umidade médio do ar, no ambiente em que a estrutura permanecerá em serviço ao longo de sua vida útil.

O terceiro valor equivale à resistência característica do concreto (f_{ck}) adotada para o projeto. O último valor é o cobrimento da armadura adotado para a estrutura.

- Configurações relativas ao aço

Configuracao do Aco(Es, Categoria-Cabos, Relaxacao (Baixa-Alta), DN-Cordoalha, Numero Cordoalha, Area Cordoalha, coeficiente de atrito μ , encurtamento da ancoragem)

200000

175

Baixa

12.7

12

0.942

0.2

0.6

Nesta seção são definidos os parâmetros relativos ao aço de protensão. O primeiro valor da lista corresponde ao módulo de deformação longitudinal do aço (E_s), definido conforme o capítulo 8 da NBR 6118:2003. O segundo valor da lista corresponde à categoria do aço do cabo de protensão utilizado no projeto. O valor especificado é válido para aços da categoria CP-175. Somente estão previstos no programa os dados para dimensionamento correspondente aos aços das categorias CP-175 e CP-190.

O próximo valor da configuração diz respeito ao tipo de relaxação sofrida pelo aço de protensão, que pode ser considerada normal ou baixa, conforme o tipo de cabo especificado.

A seguir, são definidas as características geométricas para dimensionamento dos cabos, que são, respectivamente, o Diâmetro Nominal da cordoalha, o número de cordoalhas que compõem um cabo de protensão e a área de aço de uma cordoalha.

Os dois últimos valores correspondem ao coeficiente de atrito μ entre o cabo e a bainha, utilizado para o cálculo das perdas por atrito e ao valor do encurtamento do

cabo na cunha de ancoragem, por ocasião da transferência do esforço do cabo para a estrutura.

- Configurações das perdas de protensão a serem consideradas

Perdas a serem consideradas (Atrito, Ancoragem, Encurtamento, Progressivas) 0 - Não, 1 - Sim
1 0 0 0

Esta configuração permite ao usuário escolher quais perdas de protensão devem ser consideradas na análise da estrutura. A configuração pode assumir o valor “1” se as perdas forem consideradas, ou o valor “0” se não forem consideradas. Os números correspondem, respectivamente, às perdas por atrito, ancoragem, encurtamento elástico e progressivas.

- Configurações da porcentagem das perdas por encurtamento elástico e perdas progressivas a serem consideradas na análise

Porcentagem de perdas a serem consideradas (Perdas por Encurtamento , Perdas progressivas)
0.03
0.12

As perdas por encurtamento elástico e as perdas progressivas são consideradas de maneira simplificada no programa, obtidas por intermédio de um fator de redução do esforço de protensão, tomado a partir das perdas por acomodação da ancoragem. Assim, as perdas por encurtamento elástico e as perdas progressivas são calculadas como:

Esforço protensão_(encurtamento elástico) = (1 – 0,03)* Esforço protensão_(acomodação ancoragem)

Esforço protensão_(progressivas) = (1 – 0,12)* Esforço protensão_(encurtamento elástico)

- Configurações do tipo de seção transversal considerado e do tipo de inclinação da ancoragem

Tipo de seção Transversal Considerada (seção líquida=0 ; seção bruta=1 ;
 seção homogenizada=2) Inclinação da Ancoragem(simplificada=0 ; real=1)
 1
 1

Nesta seção são configurados, inicialmente, aspectos para definição das propriedades geométricas da seção transversal. O programa permite três formas de consideração da seção transversal:

seção bruta, como sendo a seção útil correspondente a toda a área da seção transversal, inclusive a área de aço, como uma área de concreto. Neste caso, a influência do aço de protensão não é considerada nas propriedades geométricas.

seção líquida, como sendo a seção útil correspondente a toda a área da seção transversal, menos a área ocupada pela armadura de protensão. Equivale a seção de concreto antes da injeção da nata de cimento e serve para a consideração das propriedades da seção nesta etapa construtiva.

seção homogênea, com sendo a seção transversal considerada após a injeção da nata de cimento que envolve os cabos e que confere à seção transversal as propriedades mecânicas do aço. Pode ser computada como:

$$Area_{(homogenea)} = Area_{(Bruta)} + \left(\frac{E_s}{E_{cs}} - 1 \right) \cdot A_p$$

A seção homogênea permite a consideração das propriedades mecânicas mais realistas com relação ao funcionamento da peça em serviço.

A segunda parte dessa configuração corresponde à forma como são consideradas as forças de introdução da protensão junto às ancoragens do cabo.

Se for considerada a inclinação real da ancoragem (opção com valor igual a 1) a força de protensão $P_{(x)}$ inclinada de um ângulo α , é decomposta nas componentes

$P_{(x)} \cdot \cos(\alpha)$ e $P_{(x)} \cdot \sin(\alpha)$. Se a configuração for selecionada como sendo a inclinação simplificada (opção com valor igual a 0) as forças de protensão serão $P_{(x)} \cdot \cos(0) = P_{(x)}$ e $P_{(x)} \cdot \sin(0) = 0$. Esta configuração foi criada para a avaliação da importância dessa consideração.

5.2.3 Módulo de resolução de pórticos planos

A resolução das estruturas hiperestáticas reticulares baseia-se, usualmente, no Método da Rigidez (ou método dos deslocamentos) e no Método da Flexibilidade (ou método das forças). O Método da Rigidez, cuja formulação é baseada na Álgebra Matricial, é o mais utilizado, em função da possibilidade de generalização a estruturas mais complexas e devido ao fato de se ter um sistema principal único.

As equações fundamentais deste método, quando aplicado à análise linear, permitem o uso do princípio da superposição dos efeitos. O número de incógnitas, que são os deslocamentos nodais da estrutura, corresponde ao número de graus de liberdade da estrutura. O vetor das ações externas corresponde à soma das ações de engastamento perfeito e do produto da matriz dos coeficientes de rigidez das barras pelo vetor de deslocamentos, compondo a equação geral do método.

$$\{F\} = \{F_0\} + [K] \cdot \{D\} \quad (5.1)$$

onde:

$\{F\}$ = vetor de ações da estrutura, que contém os carregamentos equivalentes devidos à protensão;

$\{F_0\}$ = vetor dos esforços de engastamento perfeito;

$[K]$ = matriz dos coeficientes de rigidez da estrutura;

$\{D\}$ = vetor dos deslocamentos nodais.

Em geral, o número de linhas nestas matrizes é igual ao número de deslocamentos. Então, se n for o número de deslocamentos (incógnitas), a ordem da matriz $[K]$ será $n \times n$, e os vetores $\{F\}$, $\{F_0\}$ e $\{D\}$ terão ordem $n \times 1$.

Subtraindo $\{F_0\}$ de ambos os lados da expressão (5.1) e pré-multiplicando por $[K]^{-1}$, obtém-se os deslocamentos:

$$\{D\} = [K]^{-1} \cdot (\{F\} - \{F_0\}) \quad (5.2)$$

Com os deslocamentos calculados, pode-se determinar o vetor dos esforços nas extremidades das barras $\{S\}$, e as reações de apoio da estrutura $\{R\}$.

$$\{S\} = \{S_0\} + [K_E] \cdot \{D_E\} \quad (5.3)$$

$$\{R\} = \{R_0\} + [K_R] \cdot \{D_R\} \quad (5.4)$$

onde:

$\{S_0\}$ = subvetor de solicitações de engastamento perfeito na direção dos graus de liberdade livres;

$[K_E]$ = submatriz de rigidez correspondente aos graus de liberdade livres;

$\{D_E\}$ = subvetor de deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade livres;

$\{R_0\}$ = subvetor de solicitações de engastamento perfeito na direção dos graus de liberdade restringidos;

$[K_R]$ = submatriz de rigidez correspondente aos graus de liberdade restringidos;

$\{D_R\}$ = subvetor de deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade restringidos;

5.2.4 Geometria do cabo de protensão

Uma das premissas básicas do programa elaborado consiste na subdivisão de cada vão da estrutura em múltiplas barras.

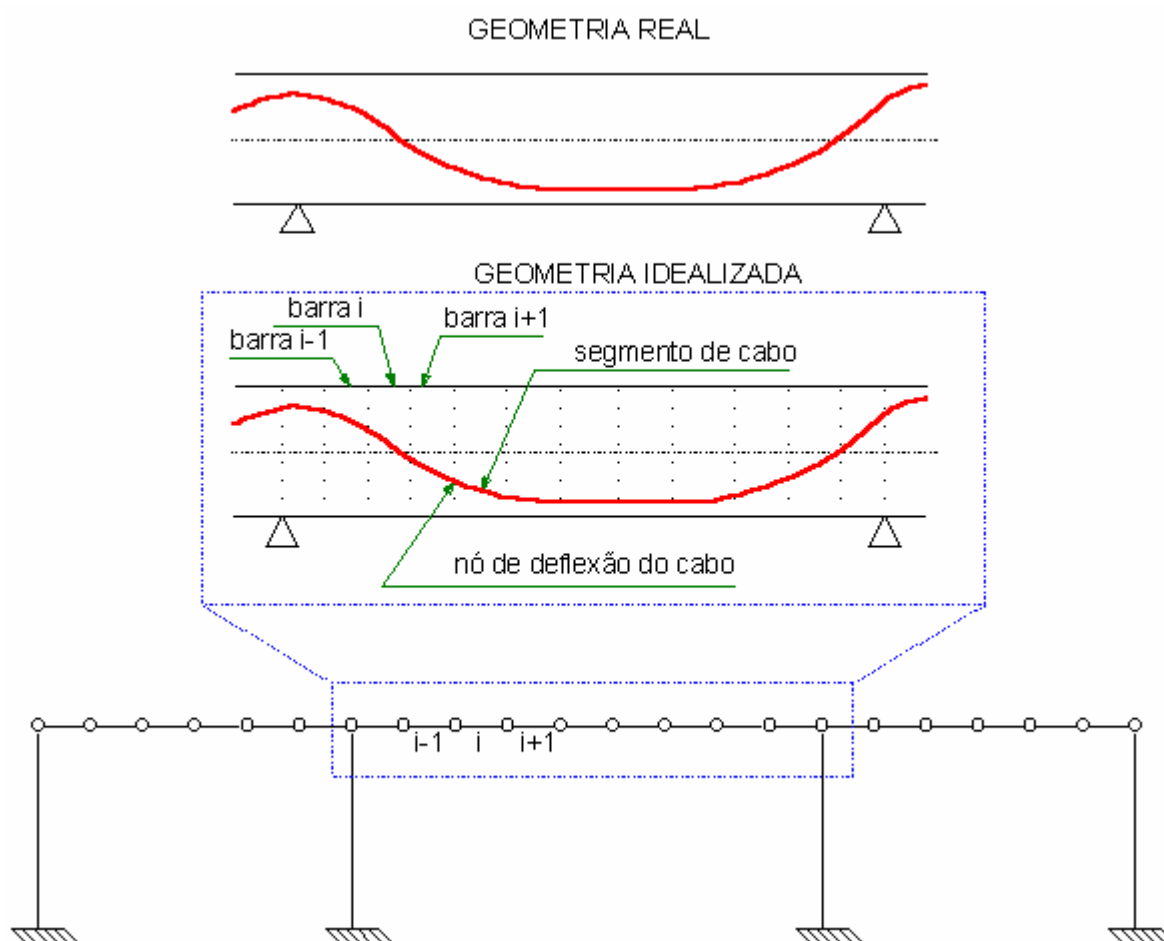


Figura 5.4 - Subdivisão do pórtico em barras

O objetivo dessa divisão é o de permitir a consideração da presença dos cabos na determinação das propriedades geométricas da seção, em função da variação de seu posicionamento ao longo da estrutura. Assim, para cada barra (ou nó) da estrutura

são conhecidos os valores dos esforços solicitantes, deslocamentos, força de protensão e as propriedades geométricas da seção transversal da barra.

São informadas as coordenadas do início e fim de cada trecho e, a partir destas, o programa calcula a ordenada do cabo dentro da seção da viga para cada nó da estrutura, com base na equação da parábola. É conhecida a inclinação do cabo em cada nó da viga, obtida a partir da primeira derivada da equação da parábola.

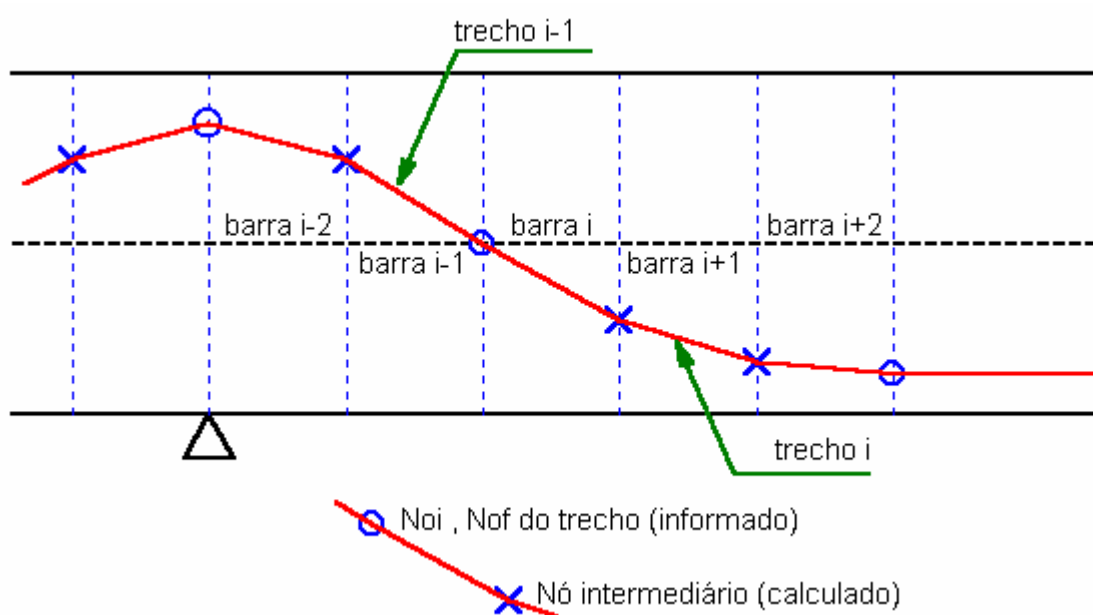


Figura 5.5 - Geometria do trecho parabólico

5.2.5 Propriedades geométricas da seção transversal

As propriedades geométricas da seção transversal genérica proposta no programa são calculadas com base na divisão da referida seção em sub-regiões que tenham formatos regulares e, a partir destas, compõem-se os resultados para a seção completa. A subdivisão da estrutura em barras, como já mencionado, visa a considera-

ção da homogeneização da seção de concreto com o cabo de protensão, com base na posição do cabo em relação à seção transversal.

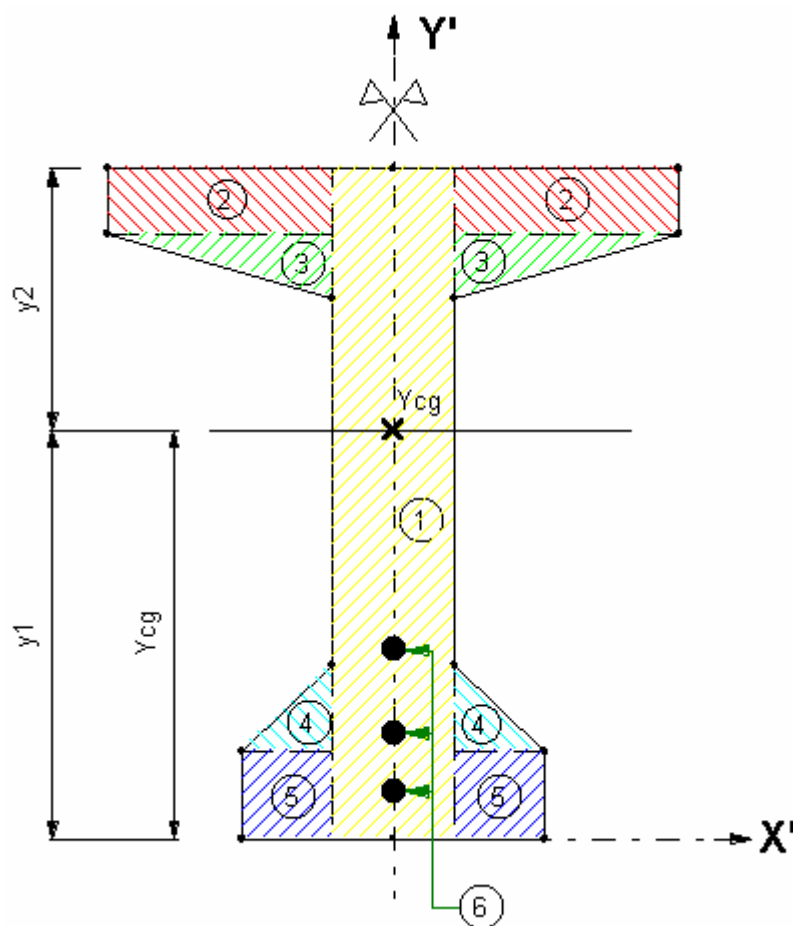


Figura 5.6 - Sub-regiões da seção transversal

A primeira etapa para a determinação das propriedades geométricas da seção consiste em determinar a área homogeneizada para cada barra da estrutura, calculada com base nas coordenadas ($X_{n(\text{SECTIPO})}$, $Y_{n(\text{SECTIPO})}$) de cada seção transversal e do número de cabos, conforme as equações a seguir:

$$\begin{aligned}
Ar1_{(i)} &= (X4_{(SECTIPO)} - X12_{(SECTIPO)}) \cdot (Y8_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)}) \\
Ar2_{(i)} &= 2 \cdot (X7_{(SECTIPO)} - X5_{(SECTIPO)}) \cdot (Y7_{(SECTIPO)} - Y6_{(SECTIPO)}) \\
Ar3_{(i)} &= (X6_{(SECTIPO)} - X5_{(SECTIPO)}) \cdot (Y6_{(SECTIPO)} - Y5_{(SECTIPO)}) \\
Ar4_{(i)} &= (X3_{(SECTIPO)} - X4_{(SECTIPO)}) \cdot (Y4_{(SECTIPO)} - Y3_{(SECTIPO)}) \\
Ar5_{(i)} &= 2 \cdot (X3_{(SECTIPO)} - X4_{(SECTIPO)}) \cdot (Y3_{(SECTIPO)} - Y2_{(SECTIPO)}) \\
Ar6_{(i)} &= NCABOS \cdot A_p \cdot (N - 1)
\end{aligned}$$

$$AREA_{(i)} = Ar1_{(i)} + Ar2_{(i)} + Ar3_{(i)} + Ar4_{(i)} + Ar5_{(i)} + Ar6_{(i)}$$

Onde:

NCABOS = número de cabos de protensão existentes na barra considerada;

A_p = área de protensão de um cabo;

N = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto (E_s / E_{cs});

i = barra em estudo

A seguir, são determinadas as posições dos centros de gravidade de cada sub-região, conforme a formulação a seguir:

$$\begin{aligned}
Yr1_{(i)} &= (Y8_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)})/2 \\
Yr2_{(i)} &= (Y8_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)}) - (Y7_{(SECTIPO)} - Y6_{(SECTIPO)})/2 \\
Yr3_{(i)} &= (Y6_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)}) - (Y6_{(SECTIPO)} - Y5_{(SECTIPO)})/3 \\
Yr4_{(i)} &= Y3_{(SECTIPO)} + (Y4_{(SECTIPO)} - Y3_{(SECTIPO)})/3 \\
Yr5_{(i)} &= (Y3_{(SECTIPO)} - Y2_{(SECTIPO)})/2 \\
Yr6_{(i)} &= \frac{\text{SomaYCP}}{NCABOSSECÃO}
\end{aligned}$$

Onde:

SomaYCP = posição do centro de gravidade de todos os cabos de protensão localizados na seção;

NCABOSSECÃO = número de cabos que atravessam a respectiva barra.

São determinados, então, os momentos estáticos da seção transversal homogeneizada para cada barra, com base nos valores das áreas $Ar_{(i)}$ e $Yr_{(i)}$.

$$AYr1_{(i)} = Ar1_{(i)} \cdot Yr1_{(i)}$$

$$AYr2_{(i)} = Ar2_{(i)} \cdot Yr2_{(i)}$$

$$AYr3_{(i)} = Ar3_{(i)} \cdot Yr3_{(i)}$$

$$AYr4_{(i)} = Ar4_{(i)} \cdot Yr4_{(i)}$$

$$AYr5_{(i)} = Ar5_{(i)} \cdot Yr5_{(i)}$$

$$AYr6_{(i)} = Ar6_{(i)} \cdot Yr6_{(i)}$$

$$AY_{(i)} = AYr1_{(i)} + AYr2_{(i)} + AYr3_{(i)} + AYr4_{(i)} + AYr5_{(i)} + AYr6_{(i)}$$

Pode-se, então, calcular a posição do Centro de Gravidade da seção transversal homogeneizada, com base no produto AY e no valor da Área da seção:

$$YCG_{(i)} = \frac{AY_{(i)}}{AREA_{(i)}}$$

$$Yinf_{(i)} = YCG_{(i)}$$

$$Ysup_{(i)} = (Y8_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)}) - Yinf_{(i)}$$

Determinam-se os momentos de inércia em relação à base de cada sub-região ($I0r_{(i)}$) para, ao final, calcular o valor do momento de inércia em relação ao Centro de gravidade da seção homogeneizada.

$$I0r1_{(i)} = (X4_{(SECTIPO)} - X12_{(SECTIPO)}) \cdot (Y8_{(SECTIPO)} - Y1_{(SECTIPO)})^3 / 12$$

$$I0r2_{(i)} = 2 \cdot (X6_{(SECTIPO)} - X5_{(SECTIPO)}) \cdot (Y7_{(SECTIPO)} - Y6_{(SECTIPO)})^3 / 12$$

$$I0r3_{(i)} = 2 \cdot (X6_{(SECTIPO)} - X5_{(SECTIPO)}) \cdot (Y6_{(SECTIPO)} - Y5_{(SECTIPO)})^3 / 36$$

$$I0r4_{(i)} = 2 \cdot (X3_{(SECTIPO)} - X4_{(SECTIPO)}) \cdot (Y4_{(SECTIPO)} - Y3_{(SECTIPO)})^3 / 36$$

$$I0r5_{(i)} = 2 \cdot (X3_{(SECTIPO)} - X4_{(SECTIPO)}) \cdot (Y3_{(SECTIPO)} - Y2_{(SECTIPO)})^3 / 12$$

$$I0r6_{(i)} = \frac{NCABOS \cdot (N-1) \cdot A_p^2}{4 \cdot \pi}$$

$$\begin{aligned}
\text{SomaSQYcabo} &= \sum_{j=1}^{j=\text{NCABOS}} \left[Y_{cg(i)} - \left(Y_{cabo[j(\text{NoI}(i))]} + Y_{cabo[j(\text{NoF}(i))]} \right) \right]^2 \\
\text{ICGr1}_{(i)} &= I_{or1(i)} + A_{r1(i)} \cdot (Y_{CG(i)} - Y_{r1(i)})^2 \\
\text{ICGr2}_{(i)} &= I_{or2(i)} + A_{r2(i)} \cdot (Y_{CG(i)} - Y_{r2(i)})^2 \\
\text{ICGr3}_{(i)} &= I_{or3(i)} + A_{r3(i)} \cdot (Y_{CG(i)} - Y_{r3(i)})^2 \\
\text{ICGr4}_{(i)} &= I_{or4(i)} + A_{r4(i)} \cdot (Y_{CG(i)} - Y_{r4(i)})^2 \\
\text{ICGr5}_{(i)} &= I_{or5(i)} + A_{r5(i)} \cdot (Y_{CG(i)} - Y_{r5(i)})^2 \\
\text{ICGr6}_{(i)} &= I_{or6(i)} + (N-1) \cdot A_p \cdot \text{somaSQYcabo} \\
\text{ICG}_{(i)} &= \text{ICGr1}_{(i)} + \text{ICGr2}_{(i)} + \text{ICGr3}_{(i)} + \text{ICGr4}_{(i)} + \text{ICGr5}_{(i)} + \text{ICGr6}_{(i)}
\end{aligned}$$

Onde:

SomaSQYcabo = é a soma dos quadrados das distâncias de cada cabo ao centro de gravidade da seção.

Os momentos resistentes da seção podem ser determinados a partir das expressões a seguir:

$$\begin{aligned}
W_{inf(i)} &= \frac{ICG_{(i)}}{Y1_{(i)}} \\
W_{sup(i)} &= \frac{ICG_{(i)}}{Y2_{(i)}}
\end{aligned}$$

5.2.6 Esforços ao longo do cabo de protensão

Através do “macaco” de protensão é feito o estiramento dos cabos, que ficam submetidos a tensões elevadas, e cuja resultante em toda a seção transversal é a força de protensão. Se não existissem variações nesta força de protensão ao longo do cabo, devido a perdas que iniciam logo após a protensão, a força transmitida pelo cabo teria um valor constante em todo o seu comprimento, variando apenas em função das suas componentes horizontais e verticais, oriundas da inclinação do cabo.

Como se sabe, entretanto, o esforço de protensão varia ao longo do cabo a partir das suas ancoragens devido às perdas de protensão imediatas e progressivas. A implementação do cálculo do esforço de protensão, considerando as diversas perdas de protensão, será apresentada a seguir.

As perdas por atrito ao longo do cabo foram calculadas com base na expressão dada no item 9.6.3.3.2.2 da NBR 6118:2003, que fornece o valor do esforço de protensão para qualquer posição do cabo, a partir do esforço de protensão inicial, do coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha, e da curvatura acumulada do cabo.

As perdas por acomodação da ancoragem se propagam de maneira variável e limitada ao longo do cabo, devido ao atrito que ocorre no sentido contrário ao da protensão, no qual ocorre a redução do alongamento em função da acomodação da ancoragem. A incógnita do problema é, entretanto, o comprimento em que se propaga essa perda a partir da ancoragem, que uma vez conhecido, torna trivial o cálculo do esforço de protensão no cabo. A solução implementada no programa para esse problema foi baseada na resolução por equivalência gráfica mostrada no item 3.2.

Conhecida a variação do esforço do cabo levando em conta a acomodação da ancoragem, consideram-se as perdas por encurtamento elástico do concreto e as perdas progressivas de maneira bastante simplificada, reduzindo percentualmente essas perdas, com base na configuração.

O efeito da protensão e das perdas que ocorrem ao longo do cabo é, então, armazenado pelo programa a partir do esforço de protensão inicialmente aplicado e para cada uma das etapas construtivas, após a ocorrência de cada perda de protensão, na posição correspondente a cada nó da estrutura.

Nó	Posição	P_{inicial}	P_{atrito}	$P_{\text{ancoragem}}$	$P_{\text{encurtamento}}$	$P_{\text{progressivas}}$
1	0					
2	25					
...						

As duas extremidades do cabo são classificadas conforme sua função no momento da protensão e ancoragem. A extremidade na qual é aplicado o esforço de protensão possui ancoragem do tipo ativa. A extremidade oposta também pode ser ativa, caso o esforço de protensão seja aplicado simultaneamente nas duas extremidades. Este procedimento é recomendado para cabos longos ou com muitas inflexões, quando as perdas decorrentes do atrito com a bainha e devido à acomodação da ancoragem, são muito significativas nas seções do cabo distantes da extremidade na qual foi aplicada a protensão. No caso da ancoragem ser aplicada em apenas uma das extremidades, a outra passa a ser chamada de ancoragem passiva.

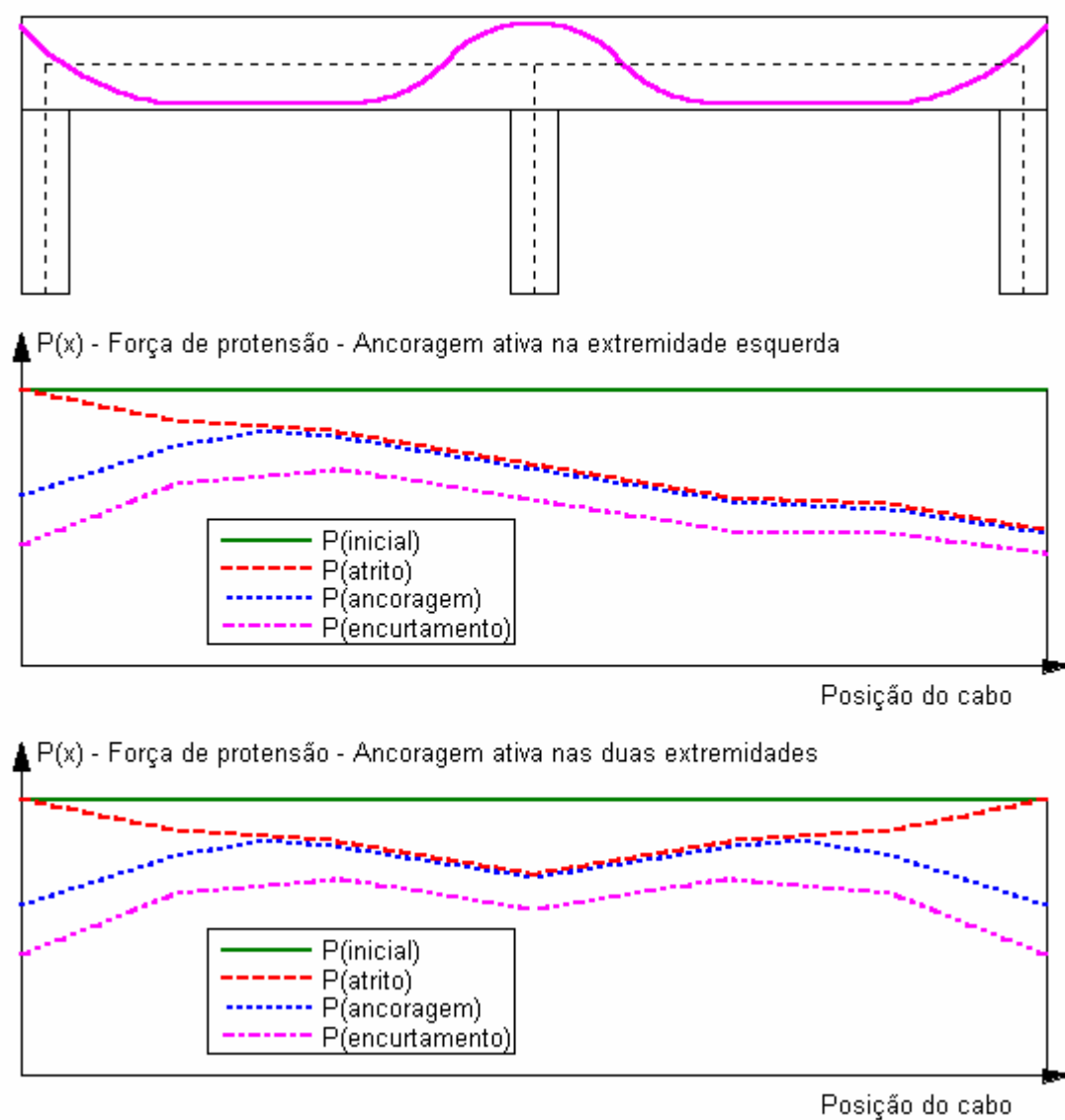


Figura 5.7 - Variação da força de protensão ao longo do cabo

Conhecidos os esforços de protensão ao longo do cabo para as diversas etapas da protensão, pode-se determinar os carregamentos externos equivalentes à protensão.

5.2.7 Cargas equivalentes de protensão

As cargas equivalentes de protensão foram implementadas no programa de acordo com as proposições de Martins & Stucchi (1993), considerando os efeitos das perdas de protensão.

O efeito da protensão decorrente da curvatura do cabo é considerado através de cargas distribuídas equivalentes, calculadas a partir do esforço de protensão e da inclinação do cabo na barra considerada, calculada a partir da média das tangentes nos nós extremos da barra.

O efeito da variação da força de protensão é representado através de um conjunto de esforços concentrados equivalentes aplicados nos nós da estrutura, calculados em função do esforço de protensão e da deflexão média entre dois trechos de cabo consecutivos.

Para cada barra da estrutura é determinado um conjunto de cargas distribuídas equivalentes e, para cada nó intermediário, um conjunto de esforços aplicados, representando separadamente a protensão inicial e cada uma das perdas de protensão, com a finalidade de estudar o efeito de cada perda sobre a estrutura.

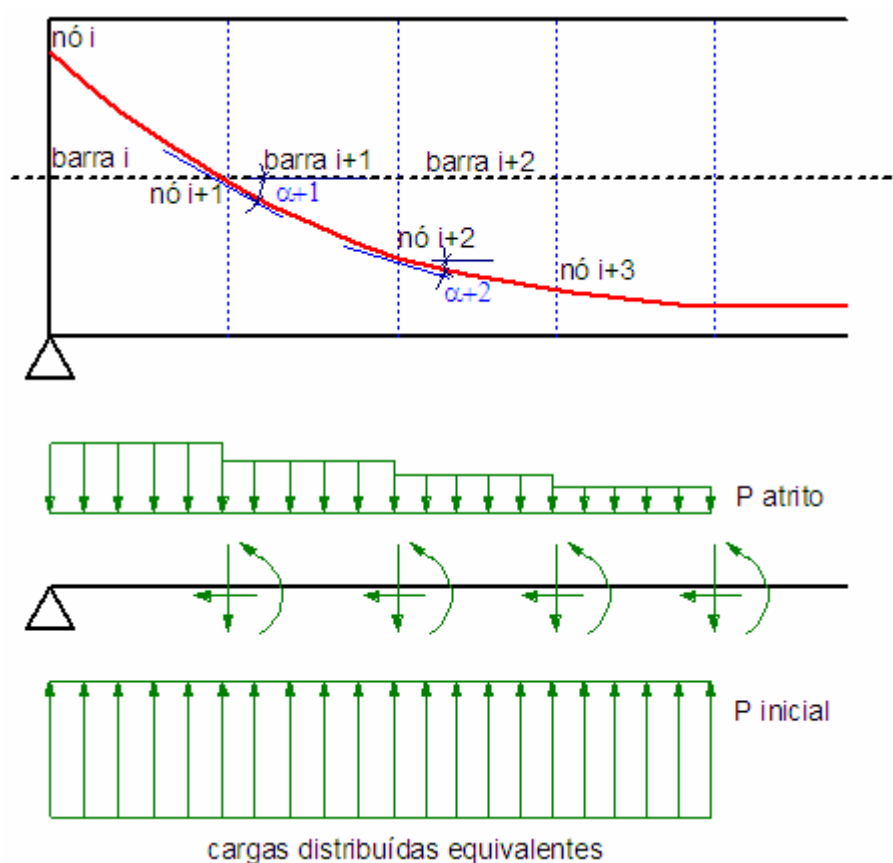


Figura 5.8 - Cargas equivalentes

Estas cargas, somadas às cargas distribuídas e concentradas da estrutura, resultam na consideração dos efeitos da protensão na análise das estruturas hiperestáticas.

5.2.8 Saída de dados

O modo de saída de dados do programa representa a materialização dos objetivos do programa, que é obter resultados da análise da estrutura. Tendo em vista os objetivos acadêmicos do programa, a saída de dados implementada foi feita de maneira simples, através de relatórios de dados em formato texto, para permitir a verificação

dos resultados parciais e a obtenção dos dados necessários ao trabalho propriamente dito. Foram implementados os seguintes relatórios:

- Deslocamentos finais dos nós

Consiste no relatório que permite estudar as deformações que aconteceram na estrutura sob a ação da protensão. É tabulado de maneira a obter os deslocamentos de cada nó, segundo os três graus de liberdade.

Deslocamento final dos nós				
Número	X (cm)	Y (cm)	Z (rad)	
1	0.0000	0.0000	0.0026	
2	-0.0055	0.1327	0.0027	
3	-0.0111	0.2718	0.0028	
4	-0.0167	0.4162	0.0029	

- Esforços solicitantes nas barras

Trata-se do relatório que fornece os valores dos esforços solicitantes (axial, esforço cortante e momento fletor) nos nós inicial e final de cada barra.

Esforços nas barras						
Número	Axial (kN)	Cortante I. (kN)	Cortante F. (kN)	Fletor I. (kN.m)	Fletor F. (kN.m)	
1	1300.84	-189.12	183.21	-650.42	557.34	
2	1303.42	-183.57	177.65	-558.45	468.14	
3	1306.01	-178.00	172.07	-469.07	381.56	

- Tensões na borda do elemento

Este relatório fornece os valores das tensões normais de tração e compressão nas bordas superior e inferior da peça. A análise das tensões em serviço não representa um objeto de estudo deste trabalho. A finalidade desta verificação é, apenas, a de utilizar exemplos práticos cujos resultados estejam compatíveis com estruturas reais em serviço.

Verificação das Tensões na Seção (MPa)	
Tração Máxima	Compressão Máxima
-3.476	21.000

Número	Borda Inferior	Borda Superior
1	-2.063	7.845
2	-1.265	7.058
3	-0.489	6.294
4	0.263	5.553

- Dados do cabo de protensão

Este relatório fornece a abcissa, a ordenada e o ângulo de inclinação do cabo de protensão para cada nó da estrutura. É gerado um relatório para cada cabo, a fim de facilitar a leitura dos dados.

Dados dos Cabos de Protensao					
Número	No	X (cm)	Y (cm)	dy/dx	
1	01	0.00	125.000000000000	-0.143750000000	
1	02	50.00	117.924804687500	-0.139257812500	
1	03	100.00	111.074218750000	-0.134765625000	
1	04	150.00	104.448242187500	-0.130273437500	

- Propriedades geométricas da seção

Este relatório fornece as propriedades geométricas da seção transversal de cada barra, levando em conta a característica da consideração do tipo de seção adotado (seção líquida, seção bruta ou seção homogeneizada) com a consideração de todos os cabos de protensão que existem em cada uma das barras.

Propriedades Geometricas das Barras								
Número	Area	ICG	YCG	YInf	YSup	WInf	WSup	
1	1275.41	381168.08	31.02	-31.02	28.98	-12287.96	13152.63	
2	1275.41	370180.97	30.71	-30.71	29.29	-12055.69	12636.71	
3	1275.41	363585.16	30.42	-30.42	29.58	-11953.63	12290.05	

- Esforços de protensão nos cabos

Consiste num relatório que informa o valor do esforço no cabo de protensão em cada nó, o valor do esforço inicial do cabo e o esforço considerando cada uma das demais perdas de protensão, bem como a posição relativa do nó ao longo da estrutura. Optou-se por fazer um relatório para cada cabo.

Esforços de Protensão nos Cabos (kN)								
N°	Nó	Posicao	PInicial	PAtrito	PAncoragem	PEncurtam	Pprogressiva	
1	1	0	1600.00	1600.00	1539.82	1493.63	1314.39	
1	2	50	1600.00	1596.97	1542.86	1496.57	1316.98	
1	3	100	1600.00	1593.94	1545.89	1499.51	1319.57	
1	4	150	1600.00	1590.91	1548.91	1502.44	1322.15	

- Cargas equivalentes nas barras

Trata-se de um relatório gerado para cada cabo, no qual é informado o valor da declinação relativa do cabo entre as barras, as cargas distribuídas equivalentes relativas à força de protensão equivalente inicial, bem como a carga equivalente considerando cada uma das perdas de protensão, para cada uma das barras protendidas.

Cargas Equivalentes das Barras (kgf/cm = kN/m)									
Barra	Cabo	DifAlfBar	PeqIn	PeqAtr	PeqAnc	PeqEnc	PeqPro	Carg Eq	CargTot
1	1	0.004492	14.37	-0.01	-0.51	-0.42	-1.61	11.82	11.82
2	1	0.004492	14.37	-0.04	-0.46	-0.42	-1.62	11.84	11.84
3	1	0.004492	14.38	-0.07	-0.40	-0.42	-1.62	11.87	11.87
4	1	0.004492	14.37	-0.10	-0.35	-0.42	-1.62	11.89	11.89

- Cargas concentradas equivalentes nos nós finais das barras

Este relatório apresenta os valores das cargas concentradas corretivas aplicadas nos nós finais das barras, visando a compatibilidade dos esforços com a variação do esforço no cabo em função das perdas de protensão.

Cargas Concentradas Equivalentes no Nó Final das Barras					
Barra	DeltaPeq (kN)	DeltaVeq (kN)	DeltaMeq (kN/m)		
1	2.5878939	-0.3627323	-11108.4840461		
2	2.5829856	-0.3502205	-9317.9187981		
3	2.5780866	-0.3377692	-7592.0119361		
4	2.5731969	-0.3253777	-5930.4148070		

- Cargas concentradas equivalentes totais

Este relatório apresenta os valores das cargas concentradas totais dos nós, correspondentes às cargas corretivas somadas às cargas concentradas externamente aplicadas à estrutura.

Cargas Concentradas Equivalentes nos Nos							
Nro	FX (kN)	FY (kN)	MZ (kN/m)	FX Tot (kN)	FY Tot (kN)	MZ Tot	
1	1300.836	-188.294	-650.418	1300.836	-188.294	-650.418	
2	2.588	-0.363	-1.110	2.588	-0.363	-1.110	
3	2.583	-0.350	-0.931	2.583	-0.350	-0.931	
4	2.578	-0.338	-0.759	2.578	-0.338	-0.759	

Além dos relatórios em formato texto, são gerados arquivos gráficos em formato DXF que permitem a visualização dos momentos fletores, da linha elástica da estrutura deformada e a disposição dos cabos de protensão na viga.

A finalidade desses gráficos é de facilitar a interpretação dos resultados obtidos a partir do programa.

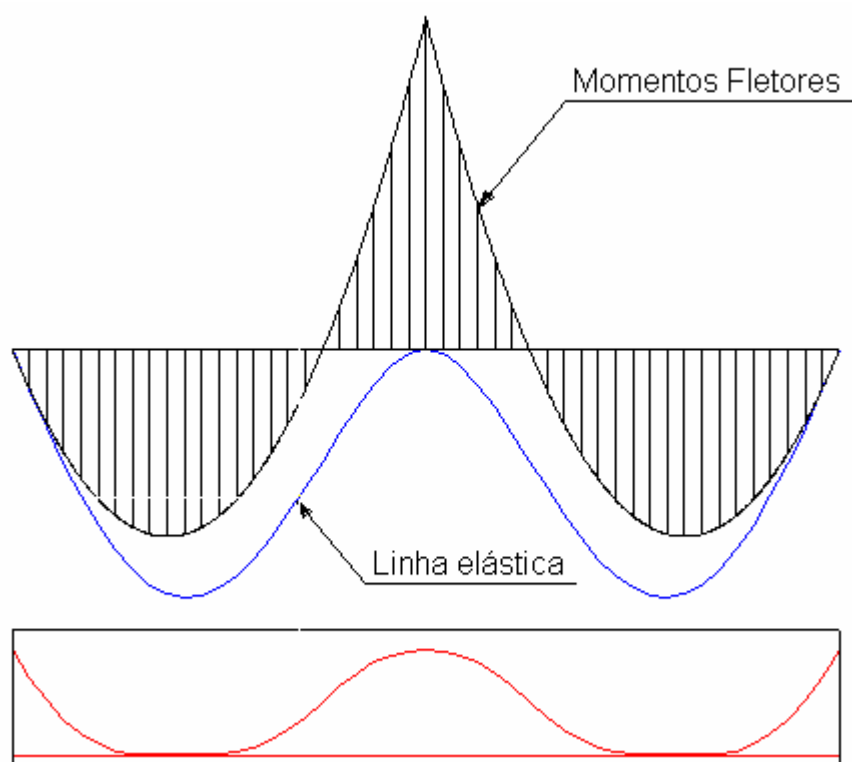


Figura 5.9 - Desenhos gerados em DXF

6 Exemplos de Aplicação

Um dos objetivos deste trabalho é o de estudar o comportamento, os esforços e os deslocamentos nas estruturas hiperestáticas protendidas. As rotinas de programação implementadas visam a resolução de exemplos numéricos que forneçam os dados necessários para a complementação desse trabalho. Os exemplos didáticos e os estudos que deles resultaram serão apresentados a seguir.

6.1 Comparação dos resultados aos estudos de THIESEN (2001)

No trabalho realizado por THIESEN (2001) foram feitos estudos de vigas isostáticas e hiperestáticas protendidas, submetidas ao esforço de protensão no qual apenas as perdas por atrito foram consideradas. O esforço de protensão foi levado em conta na peça através de um conjunto de cargas externas equivalentes, conforme o que foi apresentado em 2.4, e foram feitas considerações sobre o número de divisões deste carregamento para aumentar a precisão dos resultados obtidos.

Neste trabalho, pretende-se estender os estudos feitos por THIESEN (2001) para estruturas de pórticos planos e incluir, ainda que de forma qualitativa, as demais perdas de protensão.

6.1.1 Caracterização geométrica do problema

O primeiro estudo apresentado corresponde ao exemplo de uma viga isostática sugerido por THIESEN, com 32m de vão e seção retangular, projetada com um cabo parabólico, conforme o esquema da Figura 6.1.

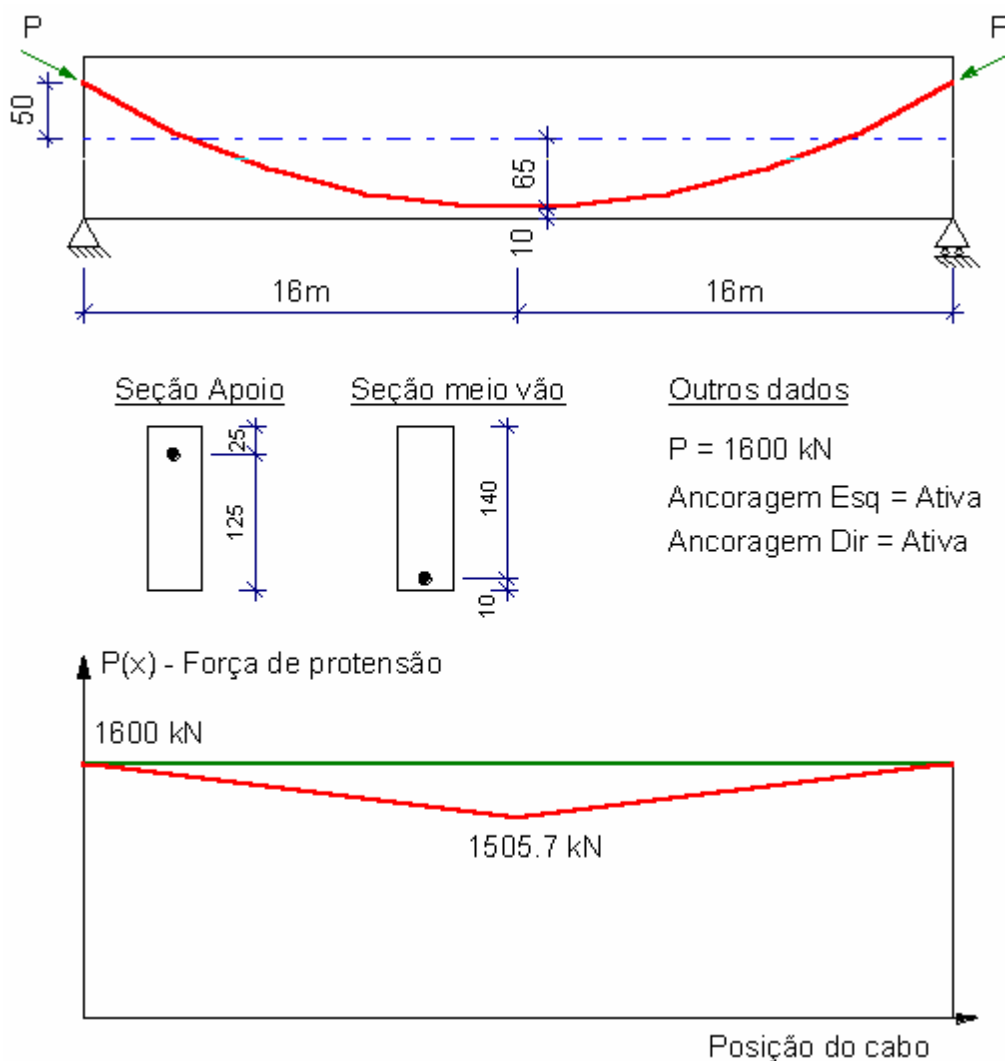


Figura 6.1 - Viga Thiesen: geometria da viga e do cabo, variação do esforço de protensão

Neste exemplo, o cabo é simétrico e submetido a um esforço de protensão inicial de 1600kN, cuja variação em função das perdas por atrito também é representada na figura. No exemplo de THIESEN, não há indicação da largura da viga utilizada nem da

resistência característica do concreto, mas, neste exemplo, foi adotada uma viga com $b_w = 30\text{cm}$ com $f_{ck} = 30\text{MPa}$.

A metodologia utilizada neste trabalho, como já foi mencionado, inclui a subdivisão dos elementos protendidos em um número grande de trechos. Neste exemplo, a viga foi subdividida em trechos de 50cm, conforme mostra a Figura 6.2

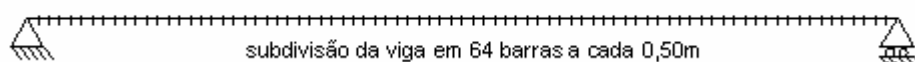


Figura 6.2 - Viga Thiesen: subdivisão da barra em trechos

As propriedades geométricas da viga, utilizadas para o cálculo das deformações correspondem aos valores dados na Tabela 6.1. Como não foi considerada a seção homogeneizada, as propriedades geométricas são iguais para todas as barras da viga.

Tabela 6.1 - Viga Thiesen: Proropriedades geométricas da seção transversal

Propriedades Geométricas da seção transversal							
Número	Area (cm ²)	ICG (cm ⁴)	YCG (cm)	Yinf (cm)	Ysup (cm)	Winf (cm ³)	Wsup (cm ³)
1	4500,00	8437500,00	75,00	-75,00	75,00	-112500,00	112500,00
2	4500,00	8437500,00	75,00	-75,00	75,00	-112500,00	112500,00
(...)	4500,00	8437500,00	75,00	-75,00	75,00	-112500,00	112500,00
63	4500,00	8437500,00	75,00	-75,00	75,00	-112500,00	112500,00
64	4500,00	8437500,00	75,00	-75,00	75,00	-112500,00	112500,00

6.1.2 Comparação dos resultados dos momentos fletores na viga

Os momentos fletores obtidos da análise estrutural foram comparados com os momentos teóricos, calculados com base no valor do esforço de protensão multiplicado pela excentricidade, e com os momentos fletores obtidos por Thiesen (2001).

Tabela 6.2 - Comparação dos momentos fletores obtidos por Koerich e por Thiesen em relação aos momentos teóricos

Posição (m)	Momento Real (kN.m)	Momento Koerich (kN.m)	Erro (%)	Momento Thiesen (kN.m)	Erro (%)
0	800,000	800	0,00%	794,015	-0,75%
2	365,961	367,03	0,29%	365,991	0,01%
4	-4,925	-4,23	-14,11%	-4,962	0,76%
6	-314,014	-313,62	-0,13%	-314,068	0,02%
8	-562,647	-562,5	-0,03%	-567,033	0,78%
10	-752,144	-752,17	0,00%	-752,301	0,02%
12	-883,803	-883,96	0,02%	-890,725	0,78%
14	-958,899	-959,13	0,02%	-959,113	0,02%
16	-978,699	-978,95	0,03%	-986,381	0,78%
18	-958,899	-957,31	-0,17%	-959,113	0,02%
20	-883,803	-882,28	-0,17%	-890,725	0,78%
22	-752,144	-750,75	-0,19%	-752,301	0,02%
24	-562,647	-561,43	-0,22%	-567,033	0,78%
26	-314,014	-313,03	-0,31%	-314,068	0,02%
28	-4,925	-4,22	-14,31%	-4,962	0,76%
30	365,961	366,33	0,10%	365,991	0,01%
32	800,000	800	0,00%	794,015	-0,75%

Os resultados de Thiesen foram obtidos para trechos com quatro subdivisões. Para um número de subdivisões da ordem de 50, os resultados para a seção no meio do vão foram de 979,98 kN.m, o que pode ser considerado, em termos práticos, idêntico aos resultados obtidos neste trabalho, que, como pode ser visto, apresentam um erro mínimo em relação aos momentos teóricos. Os erros percentuais elevados, da ordem de 14% observados nas seções situadas a 4m e 28m, respectivamente, não tem grande sentido prático, já que em termos absolutos os valores são pequenos

O gráfico da Figura 6.3 mostra as três curvas com os valores dos momentos obtidos por Thiesen (2001), juntamente com os momentos teóricos e aqueles obtidos com este trabalho. A superposição das curvas deixa clara a grande aproximação dos três valores.

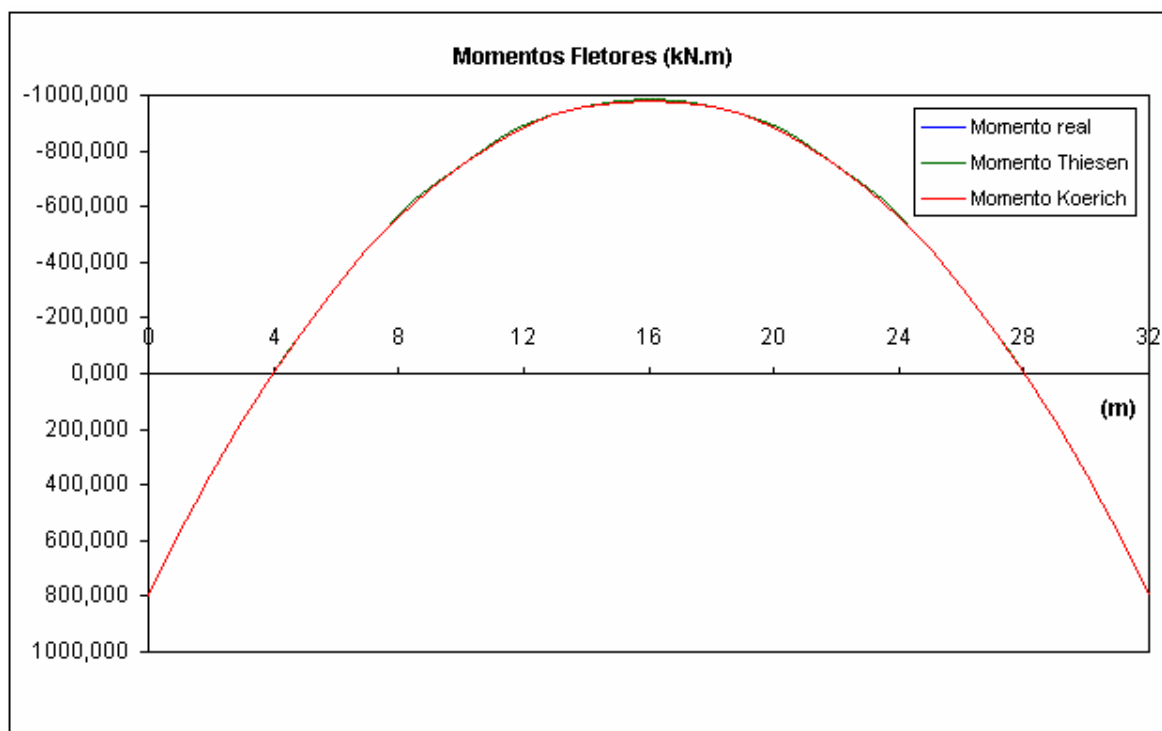


Figura 6.3 - Gráfico comparativo dos momentos fletores

O estudo é apresentado para mostrar a validade dos resultados obtidos a partir das rotinas implementadas.

6.1.3 Comparação dos resultados dos esforços axiais na viga

O trabalho de THIESEN não apresentou resultados referentes ao esforço axial na estrutura. Neste trabalho, entretanto, a resolução matricial da estrutura utilizou elementos de pórtico plano, que oferecem os resultados referentes ao esforço axial. Assim, na viga do exemplo proposto, os resultados do esforço normal nas barras da viga

foram comparados aos esforços devidos à protensão que foram transmitidos pelo cabo, e correspondem aos valores apresentados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Comparação do esforço normal da viga com o esforço aplicado pelo cabo de protensão

Posição (m)	Esforço Normal na barra (kN)	Esforço no cabo (kN)	Posição (m)	Esforço Normal na barra (kN)	Esforço no cabo (kN)
0	1600,00	1600,00	17	1511,51	1511,42
1	1596,97	1593,94	18	1517,25	1517,17
2	1590,92	1587,90	19	1523,02	1522,94
3	1584,90	1581,88	20	1528,80	1528,74
4	1578,90	1575,88	21	1534,61	1534,55
5	1572,92	1569,91	22	1540,45	1540,39
6	1566,97	1563,96	23	1546,30	1546,25
7	1561,03	1558,04	24	1552,18	1552,13
8	1555,12	1552,13	25	1558,08	1558,04
9	1549,24	1546,25	26	1564,00	1563,96
10	1543,37	1540,39	27	1569,94	1569,91
11	1537,53	1534,55	28	1575,91	1575,88
12	1531,71	1528,74	29	1581,90	1581,88
13	1525,91	1522,94	30	1587,91	1587,90
14	1520,13	1517,17	31	1593,94	1593,94
15	1514,37	1511,42	32	1600,00	1600,00
16	1508,64	1505,69			

É importante observar que os valores comparados são aproximadamente iguais, sendo as diferenças entre o esforço normal na barra e no cabo, decorrentes de aproximação numérica. A semelhança dos valores se deve à isostaticidade da viga, inclusive quanto ao deslocamento horizontal dos apoios. Como não há restrição a este deslocamento, todo o esforço aplicado pelo cabo é transmitido para a viga, o que não ocorre quando há restrição total ou parcial deste deslocamento.

6.1.4 Análise da viga considerando todas as perdas de protensão

A determinação rigorosa das perdas de protensão no cabo não é um dos objetivos deste trabalho, mas sim a avaliação dos efeitos decorrentes de todas as perdas sobre a estrutura, tanto em termos de esforços solicitantes como nos deslocamentos.

A Figura 6.4 mostra um gráfico com a variação do esforço de protensão em função dos vários tipos de perdas. Neste exemplo de uma viga isostática com apenas um cabo, as perdas por encurtamento elástico não ocorrem e, por isso, os valores indicados no gráfico coincidem com os valores das perdas por acomodação da ancoragem. As perdas progressivas foram consideradas como uma porcentagem do esforço de protensão, arbitrada em 12% do esforço no cabo imediatamente antes da ocorrência da perda.

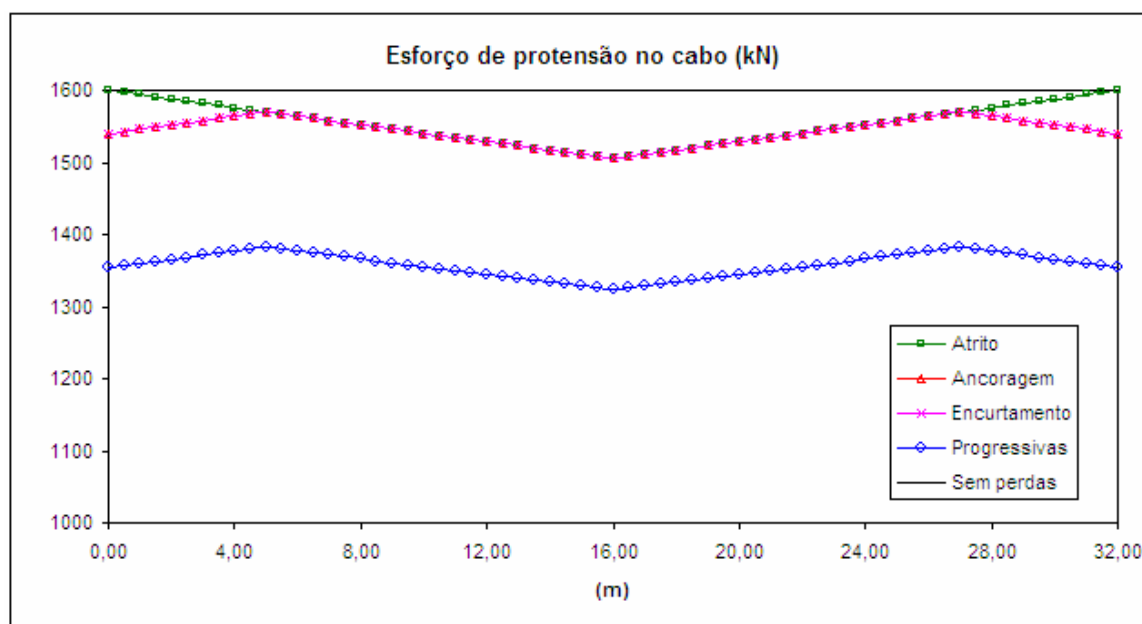


Figura 6.4 - Variação do esforço de protensão ao longo da viga

No caso da viga isostática do exemplo, a variação do esforço de protensão não modificou o esquema estático da viga, suas reações ou comportamento dos esforços.

No caso do momento fletor, a redução do esforço de protensão provocada pelas perdas implicou em uma “perda de eficiência” da protensão, reduzindo o valor do momento positivo nos apoios e do momento negativo no vão, na mesma proporção da variação do esforço ao longo do cabo. A Tabela 6.4 com os valores dos momentos nas seções principais da viga e o gráfico da Figura 6.5 mostram esse efeito

Tabela 6.4 - Momentos fletores considerando cada uma das perdas acumuladas de protensão

Momentos fletores considerando cada perda de protensão					
Posição (m)	Sem perdas	Atrito	Acomodação ancoragem	Encurtamento elástico	Progressivas
0	800,00	800,00	769,91	769,91	657,20
2	368,75	367,03	356,58	356,58	304,38
4	-5,00	-4,23	-5,63	-5,63	-4,80
6	-321,25	-313,62	-315,06	-315,06	-268,94
8	-580,00	-562,50	-563,94	-563,94	-481,38
10	-781,25	-752,17	-753,62	-753,62	-643,29
12	-925,00	-883,96	-885,40	-885,40	-755,78
14	-1011,25	-959,13	-960,57	-960,57	-819,94
16	-1040,00	-978,95	-980,39	-980,39	-836,86
18	-1011,25	-957,31	-958,75	-958,75	-818,39
20	-925,00	-882,28	-883,72	-883,72	-754,34
22	-781,25	-750,75	-752,19	-752,19	-642,07
24	-580,00	-561,43	-562,87	-562,87	-480,47
26	-321,25	-313,03	-314,47	-314,47	-268,43
28	-5,00	-4,22	-5,63	-5,63	-4,81
30	368,75	366,33	357,28	357,28	304,97
32	800,00	800,00	769,91	769,91	657,20

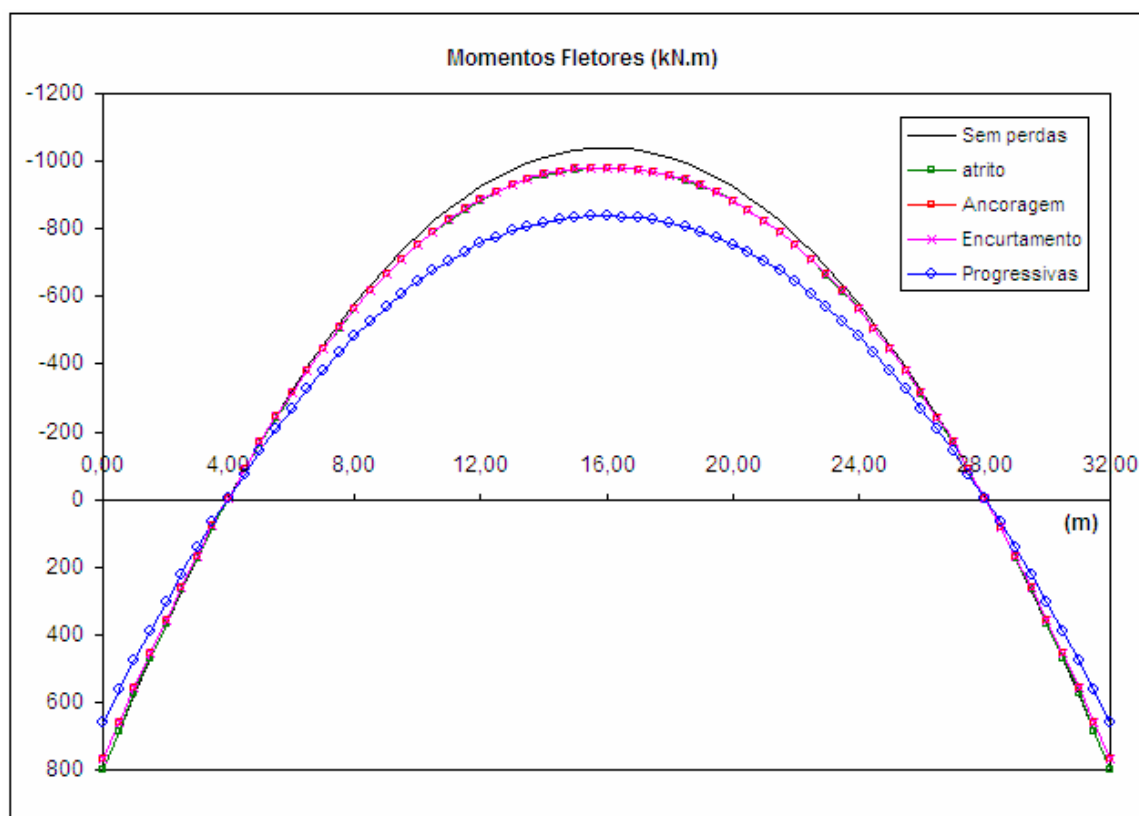


Figura 6.5 - Momentos fletores considerando cada perda de protensão

Os esforços normais considerando as perdas de protensão acompanham a variação do esforço no cabo. A Tabela 6.5 apresenta os valores do esforço normal ao longo da viga.

Tabela 6.5 - Esforço normal ao longo da viga considerando as perdas acumuladas de protensão

Esforços normais considerando cada perda de protensão (kN)					
Posição (m)	Sem perdas	Atrito	Acomodação ancoragem	Encurtamento elástico	Progressivas
0	1600,00	1600,00	1539,82	1539,82	1314,39
2	1600,00	1590,92	1548,90	1548,90	1322,14
4	1600,00	1578,90	1560,92	1560,92	1332,41
6	1600,00	1566,97	1563,93	1563,93	1334,97
8	1600,00	1555,12	1552,09	1552,09	1324,86
10	1600,00	1543,37	1540,34	1540,34	1314,83
12	1600,00	1531,71	1528,67	1528,67	1304,87
14	1600,00	1520,13	1517,10	1517,10	1294,99
16	1600,00	1508,64	1505,61	1505,61	1285,19
18	1600,00	1517,25	1514,21	1514,21	1292,53
20	1600,00	1528,80	1525,77	1525,77	1302,40
22	1600,00	1540,45	1537,41	1537,41	1312,33
24	1600,00	1552,18	1549,14	1549,14	1322,35
26	1600,00	1564,00	1560,96	1560,96	1332,44
28	1600,00	1575,91	1563,92	1563,92	1334,96
30	1600,00	1587,91	1551,92	1551,92	1324,72
32	1600,00	1600,00	1539,82	1539,82	1314,39

Os deslocamentos verticais da viga em função do esforço de protensão também apresentaram um comportamento similar ao dos momentos fletores. Os deslocamentos da viga no meio do vão, após as perdas progressivas, reduziram cerca de 16% em relação aos valores sem a consideração das perdas.

O gráfico da Figura 6.6 mostra os deslocamentos verticais considerando as perdas de protensão. Os deslocamentos da viga apontando para cima decorrem da hipótese de não serem consideradas cargas verticais, inclusive o peso próprio.

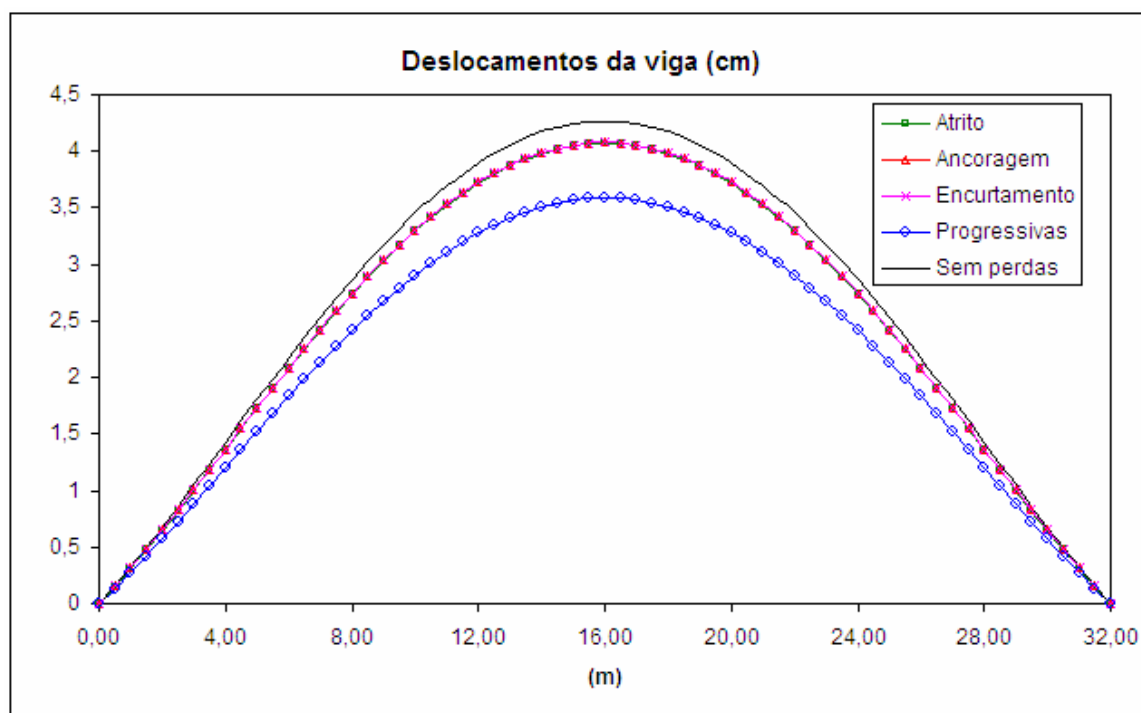


Figura 6.6 - Deslocamentos verticais considerando as perdas de protensão.

6.2 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal em vigas contínuas

Neste exemplo, pretende-se estudar a influência da restrição ao deslocamento horizontal dos apoios de vigas contínuas, conferindo hiperestaticidade ao esforço normal.

A viga estudada tem dois vãos iguais de 25m cada, com um cabo parabólico protendido de seis trechos curvos. O esforço de protensão foi aplicado nas duas extremidades, e admitiu-se que o esforço transferido para a viga tenha sido de 1600 kN. A viga tem seção retangular e a excentricidade do cabo nos apoios está acima do centro de gravidade e, no vão, abaixo.

A Figura 6.7 mostra o esquema da viga deste exemplo.

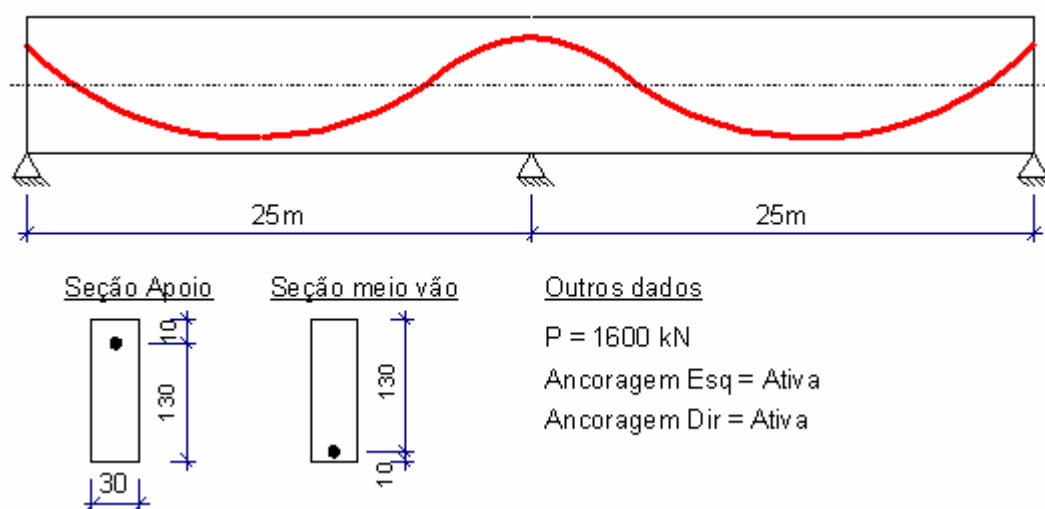


Figura 6.7 - Geometria da viga e do cabo

A Figura 6.8 apresenta o diagrama com os esforços solicitantes nas vigas sem restrição ao deslocamento horizontal e com restrição nessa direção, para apoios de 2ª e 1ª classes, nos quais a rotação sobre o apoio é livre.

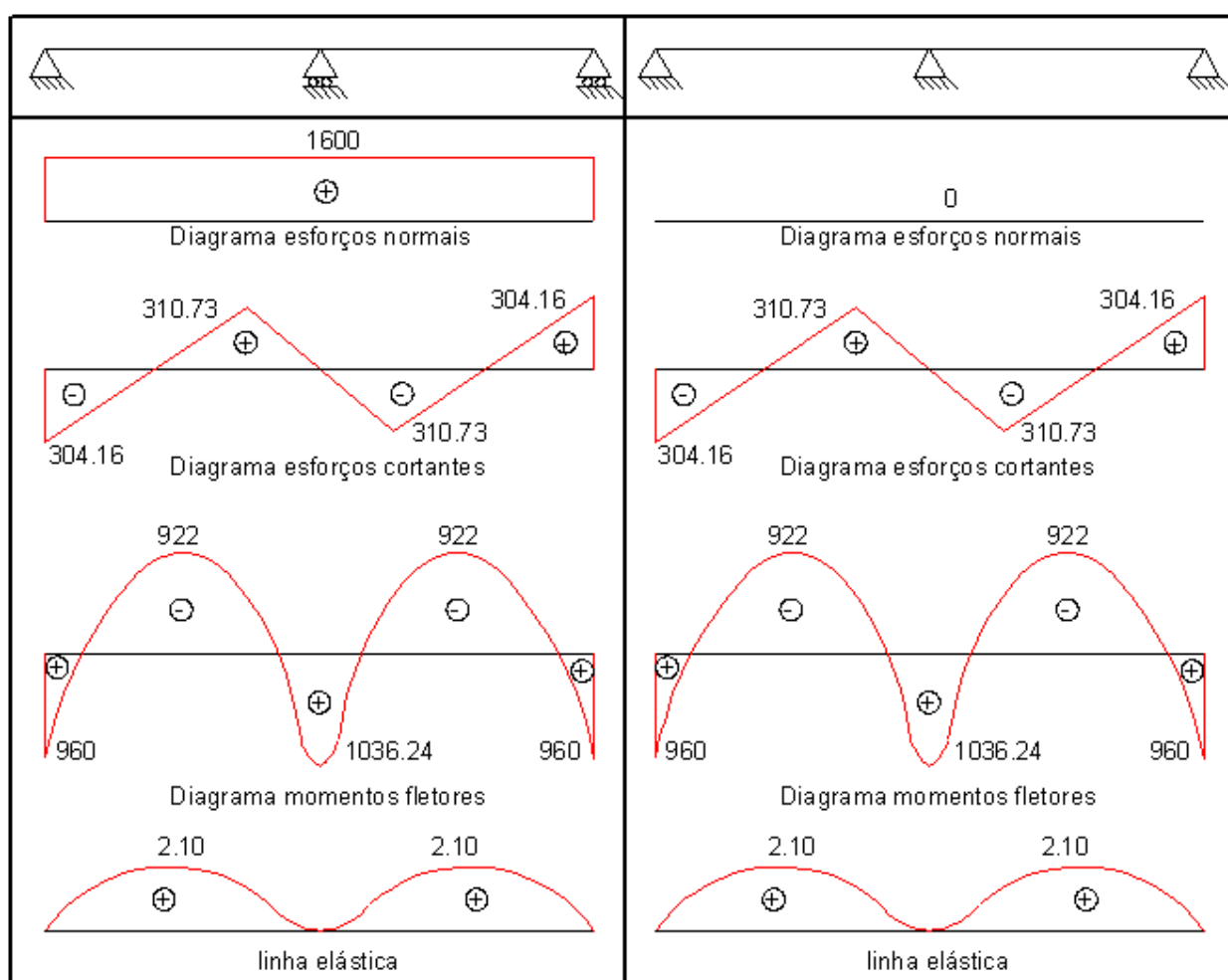


Figura 6.8 – a) Esforços solicitantes na viga com apoios de 1ª e 2ª classes

b) Esforços solicitantes na viga com apoios 2ª classe somente

A Figura 6.9 apresenta o diagrama com os esforços solicitantes na viga “c” com apoios de 3ª e 1ª classes, sem restrição ao deslocamento horizontal e na viga “d” com restrição nessa direção, vinculada com engastes nos três apoios, nos quais a rotação é restringida.

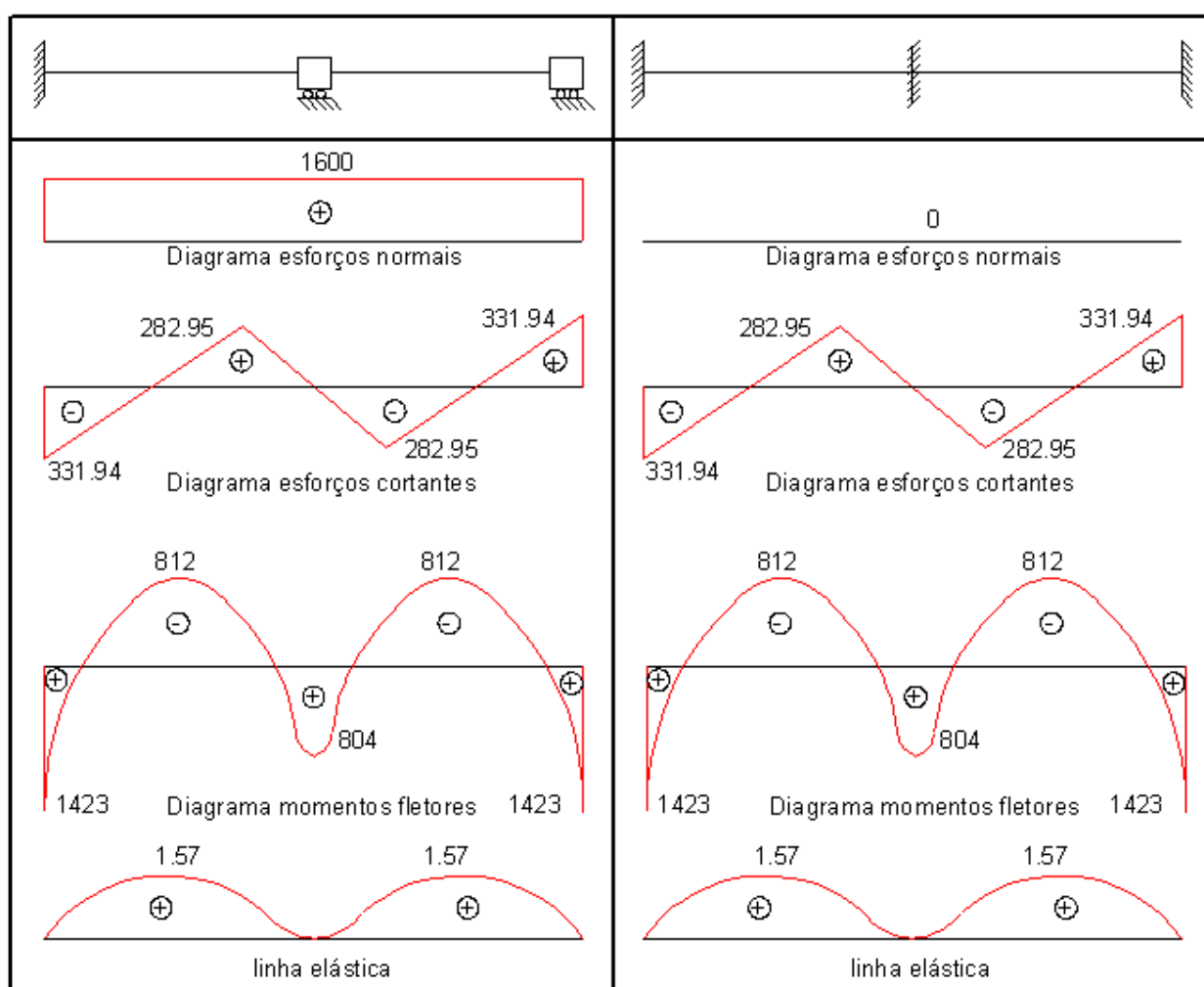


Figura 6.9 - c) Esforços solicitantes na viga com apoios de 1ª e 3ª classes

d) Esforços solicitantes na viga com apoios 3ª classe somente

Comparando os resultados das vigas a), b), c) e d) percebe-se que, tanto nas vigas a) e b) como nas vigas c) e d), os esforços cortantes, momentos fletores e deslocamentos não sofrem a influência da restrição ao deslocamento horizontal. Nos esforços normais, entretanto, a deslocabilidade dos apoios é quem determina o valor do esforço axial na viga. No caso dos apoios deslocáveis, vigas “a” e “c”, todo o esforço de protensão é transmitido para a viga. No caso das vigas “b” e “d”, nas quais os vínculos impedem o deslocamento dos apoios, todo o esforço de protensão é absorvido pelos

apoios e o esforço axial na viga é nulo. A condição de vinculação com restrição total ao deslocamento horizontal, entretanto, é difícil de ser conseguida.

É importante observar que, mesmo havendo uma grande variação no esforço normal, quando se utilizam apoios deslocáveis e indeslocáveis, não há alteração nos cortantes, fletores e deslocamentos. Isso ocorre porque, no caso das vigas, a hiperestaticidade ao esforço normal não impõe momentos fletores ao restante da estrutura, sendo que estes momentos ocorrem nos próprios apoios.

Como será visto mais adiante, no caso dos pórticos protendidos a situação apresenta-se de maneira diferente.

Obviamente, a condição para dimensionamento das peças nos casos a), b), c) e d), é completamente diferente em termos de tensões em serviço, em virtude do efeito da força normal. Os gráficos da Figura 6.10 e da Figura 6.11, com a variação das tensões na borda superior da viga, mostra que para cada caso de carregamento as tensões nas bordas são diferentes e, naturalmente, requerem condições próprias de dimensionamento.

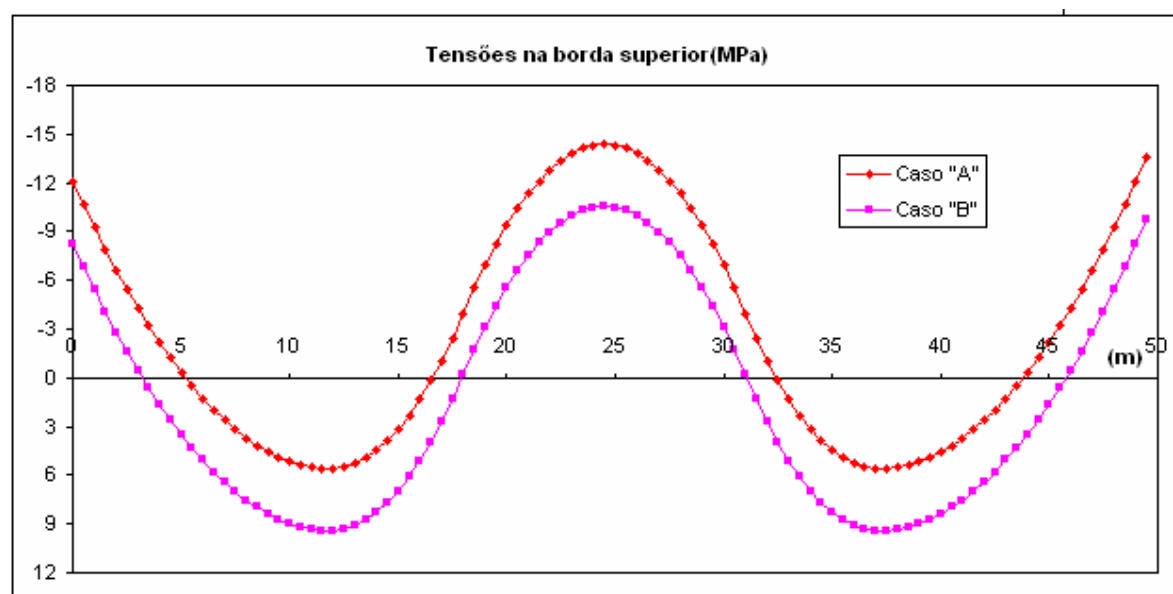


Figura 6.10 - Tensões na borda superior da viga (casos "A" e "B")

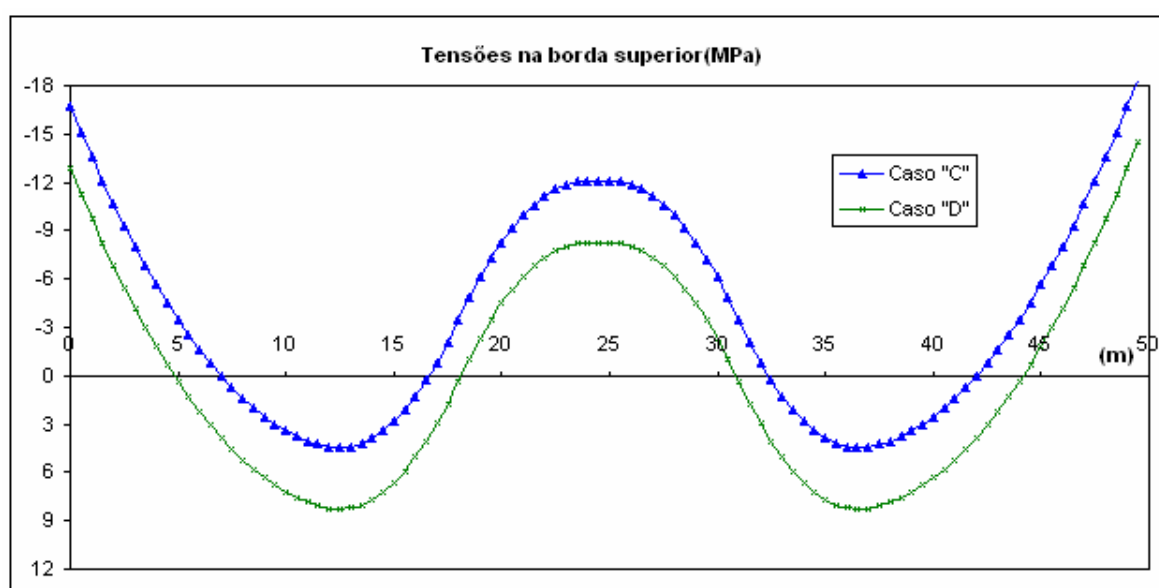


Figura 6.11 - Tensões na borda superior da viga (casos "C" e "D")

No caso da consideração da variação da força no cabo devido às perdas de protensão, o comportamento descrito anteriormente para as vigas sem a consideração das perdas de protensão continua válido.

Para o caso das vigas “b” e “d”, em que há restrição do deslocamento horizontal dos apoios, o esforço normal na viga deixa de ser nulo e passa a ser variável, em função da variação do esforço de protensão ao longo do cabo.

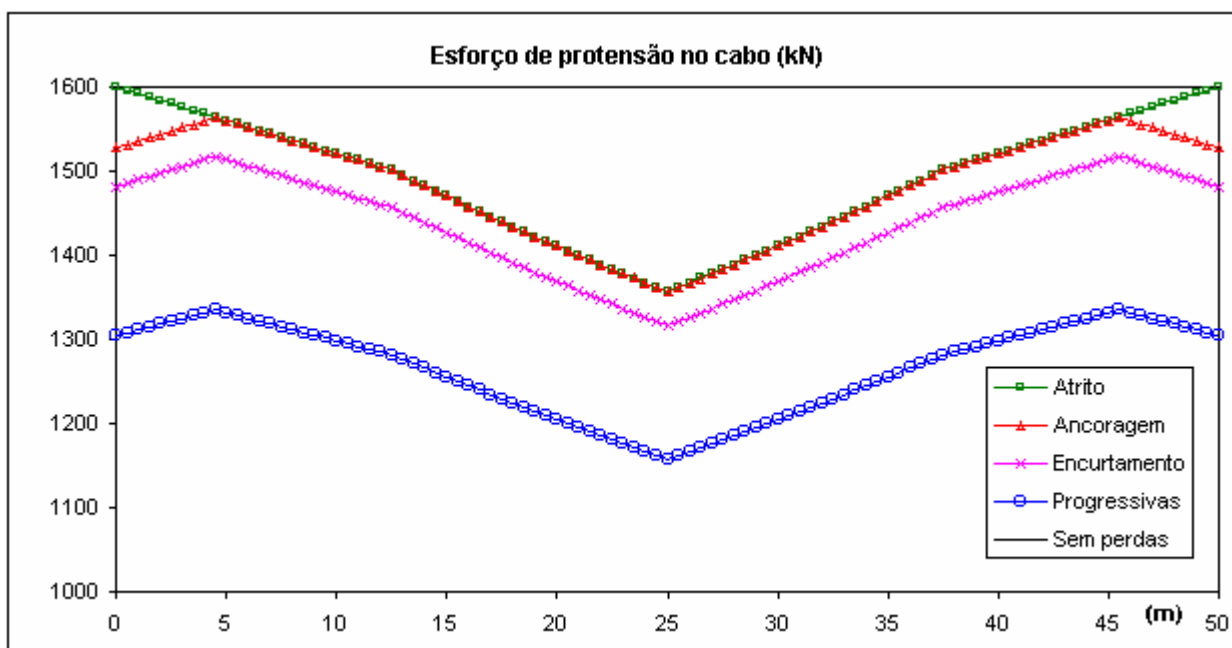


Figura 6.12 - Diagrama da variação do esforço de protensão para cada tipo de perda

Como o esforço no cabo sofre uma redução desde as ancoragens até o apoio central, o esforço normal na viga precisa estar equilibrado em relação ao apoio central, resultando em uma parte do vão tracionada e outra parte comprimida.

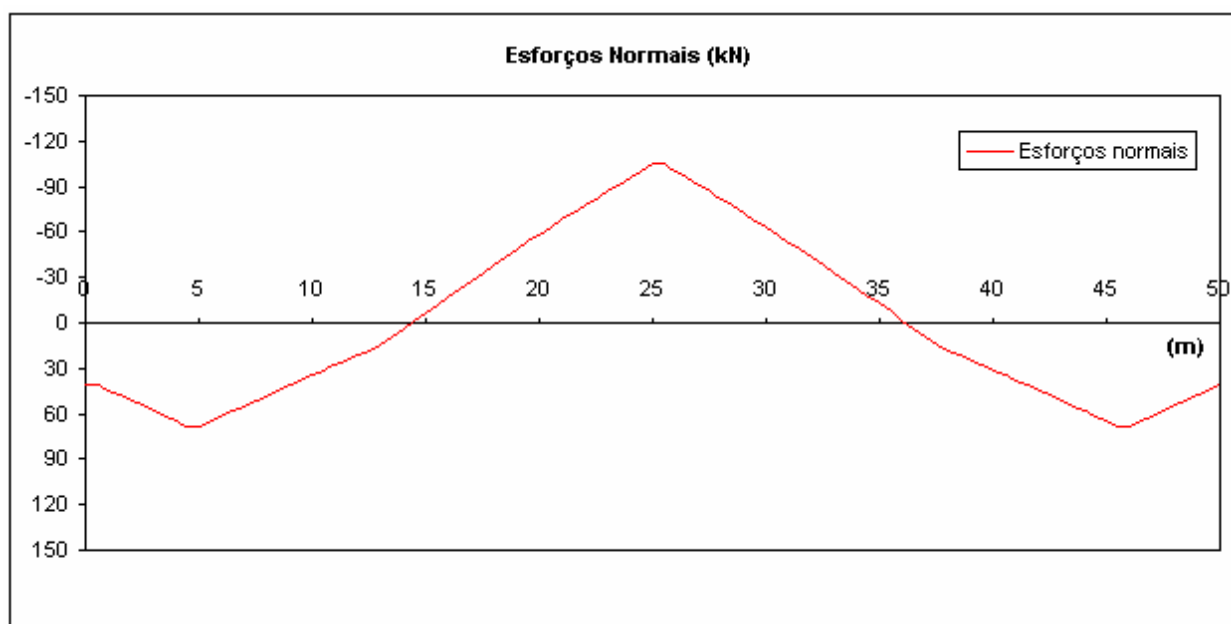


Figura 6.13 - Variação do esforço normal na viga sujeita a perdas de protensão

6.3 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal em pórticos planos

Nas vigas contínuas, a hiperestaticidade ao esforço normal não altera os esforços cortantes, momentos fletores e os deslocamentos verticais na estrutura.

No caso de um pórtico plano isostático como o da Figura 4.2, a aplicação da protensão centrada na viga não gera esforços na viga, exceto o esforço normal. Isso ocorre porque não há nenhum impedimento ao deslocamento e a aplicação da protensão não modifica o esquema estrutural da estrutura.

Se a protensão for aplicada em uma estrutura com apoios rígidos, como o da Figura 6.14, o encurtamento na viga provocado pela protensão provoca esforços nos pilares e, conseqüentemente, na viga protendida. É importante observar que mesmo sem a existência de excentricidade no cabo, surgem momentos fletores e esforços cortantes na estrutura. Esse comportamento, que ocorre em função da hiperestaticidade

da estrutura, é evidenciado pelo diagrama de deslocamentos da estrutura, que mostra a inflexão do pórtico para “dentro” da própria estrutura.

O esforço de protensão aplicado não é totalmente convertido em esforço axial na viga, sendo reduzido em função do esforço cortante do pilar.

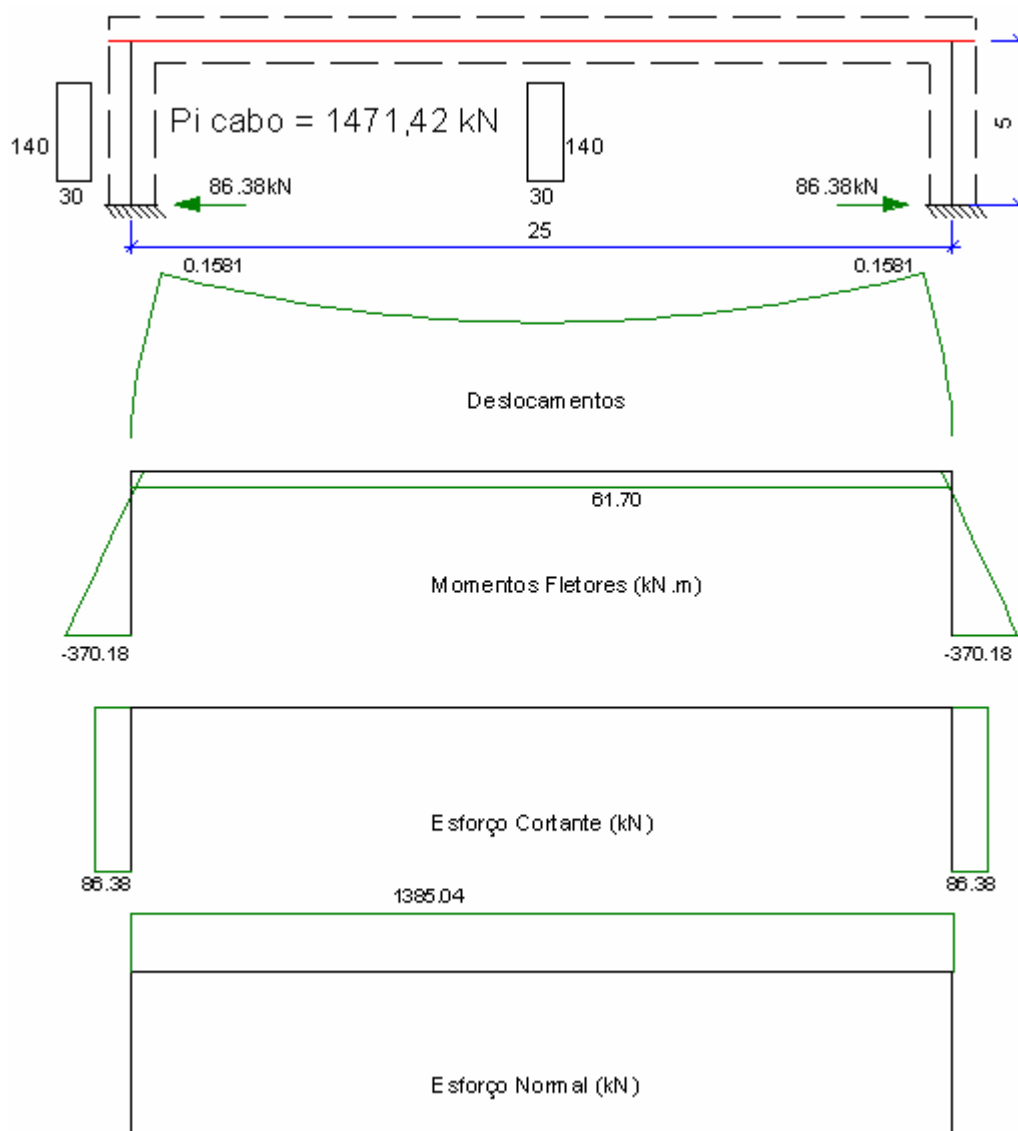


Figura 6.14 - Geometria e esforços do pórtico de 1 vão com cabo reto

Assim, nas estruturas aporticadas, a hiperestaticidade implica em esforços adicionais à estrutura, diferentemente das vigas contínuas, nas quais o esforço de proten-

são é absorvido integralmente pelos vínculos hiperestáticos, e dos pórticos isostáticos, nos quais a livre deformação isenta a estrutura de esforços adicionais.

6.4 Influência da excentricidade do cabo nos esforços solicitantes

Nas vigas contínuas, a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção, provoca grandes alterações nos esforços cortantes e momentos fletores.

O cabo impõe uma flexão à viga no sentido oposto ao da excentricidade do cabo. Assim, a viga é flexionada para cima se o cabo está localizado abaixo do centro de gravidade, e se o cabo está localizado acima do centro de gravidade da viga, a flexão ocorre para baixo.

Essa excentricidade é, na realidade, uma ferramenta para o projeto da viga, já que se pode definir a maior ou menor influência do esforço de protensão em relação aos esforços externos aplicados.

Nas estruturas aporticadas protendidas, além da ocorrência desse mesmo comportamento observado nas vigas contínuas, a hiperestaticidade impõe outras condicionantes à estrutura.

Os esforços cortantes e de flexão tem seus sinais invertidos conforme a posição do cabo, assim como as reações horizontais nos vínculos externos.

No exemplo da Figura 6.14, no qual foi utilizado um cabo centrado, o esforço normal sofreu uma redução em função da hiperestaticidade da estrutura, que impôs uma deformação flexionando a estrutura para dentro dela mesma.

No exemplo da Figura 6.15 são exibidos os resultados da aplicação do esforço de protensão de 1471,42 kN, inicialmente na face superior e, posteriormente, somente na face inferior.

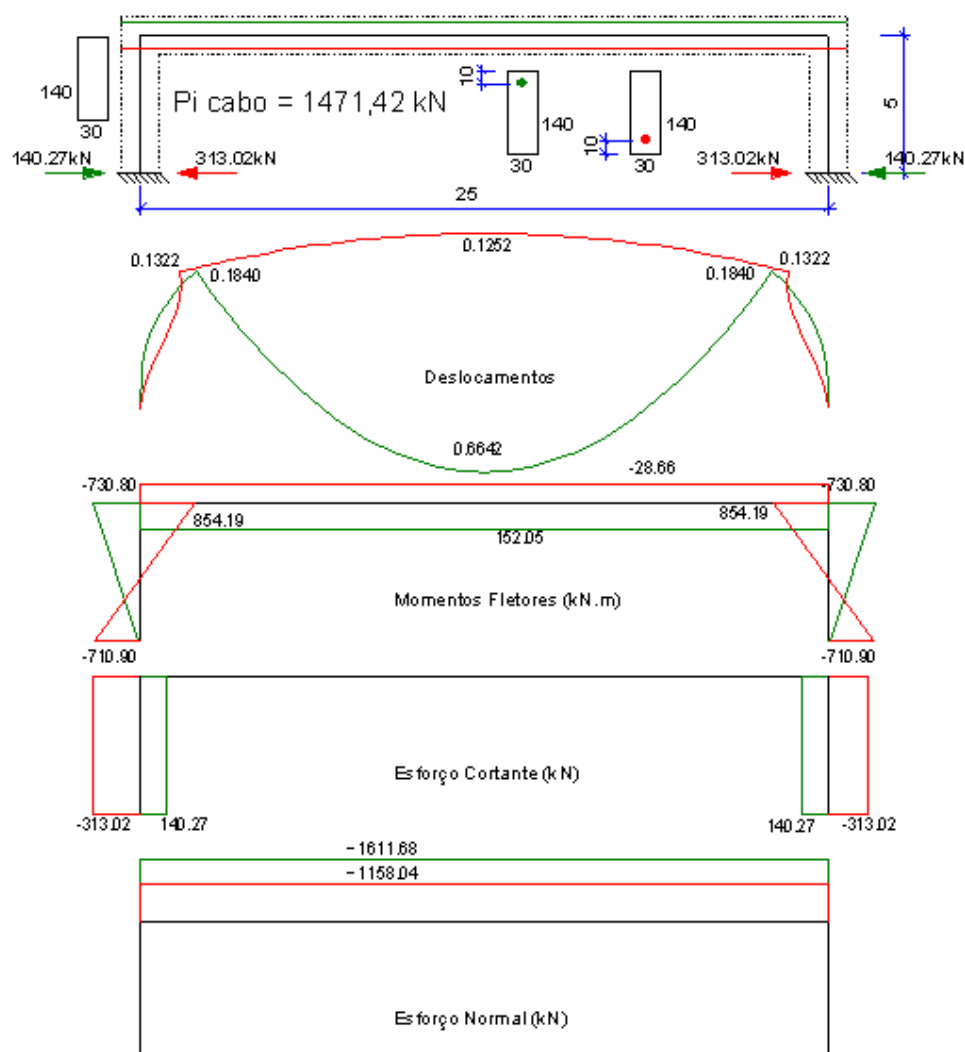


Figura 6.15 - Influência da excentricidade do cabo no esforço normal

Para a excentricidade localizada abaixo do centro de gravidade da seção, o efeito sobre o esforço normal foi o mesmo, porém com maior intensidade, sendo que a redução do esforço normal por hiperestaticidade da estrutura foi de 313,02 kN (21.2%).

No caso da excentricidade estar localizada acima do centro de gravidade da seção, a hiperestaticidade da estrutura provoca um efeito reverso. A deformação da estrutura implica num acréscimo ao esforço normal, que ultrapassa o valor do esforço de protensão aplicado em aproximadamente 10%.

A variação no esforço normal em função da hiperestaticidade da estrutura ocorre tanto em cabos retos como nos cabos com curvaturas. No caso dos cabos curvos, nos quais sua posição varia acima e abaixo do centro de gravidade da viga, o efeito da excentricidade dependerá da disposição do cabo e, na maioria dos casos, tende a ser atenuado em relação aos cabos retos e muito excêntricos.

Esse efeito pode ser muito importante na verificação das tensões de serviço da peça protendida. A variação do esforço normal, associada às variações dos momentos fletores, pode ocasionar grandes alterações no estado de tensões da seção transversal em serviço e também na verificação da peça ao Estado Limite Último.

Sugere-se, portanto, a verificação dessa condição da influência da excentricidade do cabo nas estruturas aporticadas hiperestáticas protendidas.

6.5 Influência da rigidez dos pilares nos esforços do pórtico

Como já foi apresentado, a hiperestaticidade ao esforço normal modifica significativamente o valor do esforço normal na estrutura protendida, o que implica, muitas vezes, em um estado de tensões no cabo e no concreto bastante diverso das condições de serviço projetadas para a estrutura, hipoteticamente, sem essa análise.

Nas vigas contínuas, os esforços normais hiperestáticos são transferidos diretamente para os vínculos, que absorvem a totalidade do esforço de protensão. Nas estru-

turas de pórtico, entretanto, essa condição depende da hiperestaticidade da estrutura e da rigidez (K) dos pilares que apóiam a viga protendida, já que são os pilares que irão restringir o deslocamento horizontal da viga.

A rigidez de uma barra da estrutura é convencionada como sendo a relação entre o momento de inércia da seção e o comprimento da barra. Assim:

$$K = \frac{I}{L}$$

Para avaliar a influência da rigidez dos pilares nos esforços solicitantes, foi tomado um pórtico plano com apoios engastados, solicitado por um cabo de protensão parabólico. A seção da viga foi mantida constante e a seção dos pilares foi sendo modificada para conferir relações de rigidez diferentes entre a viga e os pilares, conforme mostra a Figura 6.16.

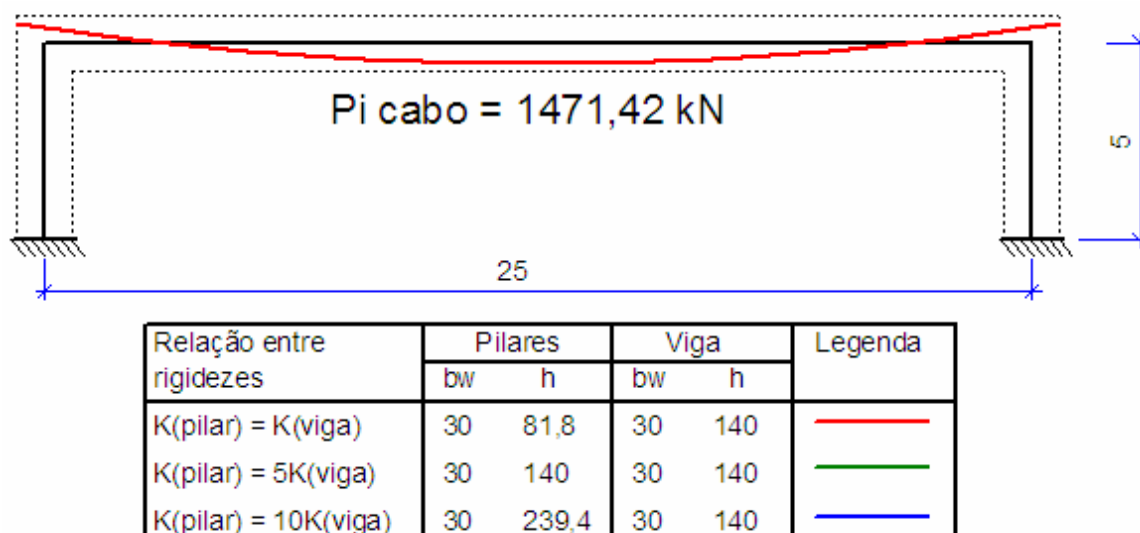


Figura 6.16 - Influência da rigidez do pilar - geometria do exemplo

A Figura 6.17 apresenta os diagramas dos esforços solicitantes obtidos da análise da estrutura para cada uma das relações entre as rigidezes da viga e do pilar propostas.

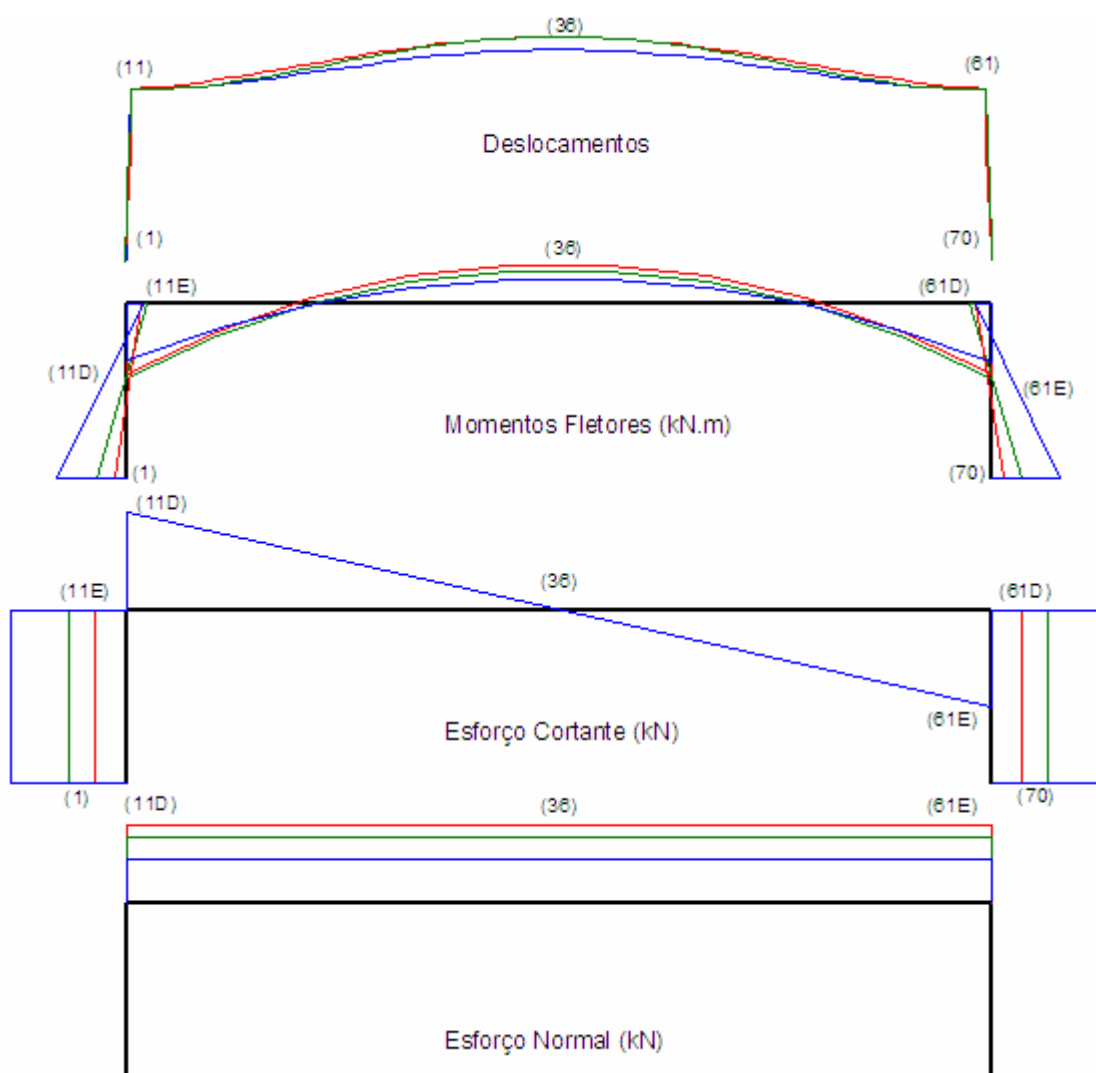


Figura 6.17 - Influência da rigidez do pilar - esforços solicitantes

A Tabela 6.6 apresenta os valores dos deslocamentos horizontais e verticais e dos esforços solicitantes nos principais nós da estrutura.

A partir da análise dos resultados apresentados pelos diagramas e pela tabela, é possível perceber que a variação da relação entre as rigidezes dos pilares e da viga tem efeitos diferentes para a viga e para os pilares.

Os deslocamentos horizontais e verticais da estrutura foram pouco alterados pela variação da relação entre as rigidezes das vigas e pilares. No caso dos pilares mais rígidos, o deslocamento vertical foi um pouco inferior aos demais casos de rigidez.

Tabela 6.6 - Influência da rigidez dos pilares – deslocamentos e esforços solicitantes

Relação Rigidez	Esforço	Nó da estrutura						
		(1)	(11E)	(11D)	(36)	(61E)	(61D)	(70)
$K(\text{pilar}) = K(\text{viga})$	dx (cm)	0,0000	0,1548	0,1548	0,0000	-0,1548	-0,1548	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,5443	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-192,07	251,28	1117,91	-647,79	1117,91	251,28	-192,07
	V (kN)	88,67	88,67	-282,51	0,00	282,51	88,67	88,67
	N (kN)	-1,73	-1,73	1355,71	1355,71	1355,71	-1,73	-1,73
$K(\text{pilar}) = 5 \cdot K(\text{viga})$	dx (cm)	0,0000	0,1461	0,1461	0,0000	-0,1461	-0,1461	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,5598	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-483,22	339,29	1205,92	-559,78	1205,92	339,29	-483,22
	V (kN)	164,50	164,50	-282,51	0,00	282,51	164,50	164,50
	N (kN)	-1,73	-1,73	1279,88	1279,88	1279,88	-1,73	-1,73
$K(\text{pilar}) = 10 \cdot K(\text{viga})$	dx (cm)	0,0000	0,1226	0,1226	0,0000	-0,1226	-0,1226	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0000	0,0000	1,0867	0,0000	0,0000	0,0000
	M (kN.m)	-1494,14	356,03	1222,66	-543,04	1222,66	356,03	-1494,14
	V (kN)	370,03	370,03	-282,51	0,00	282,51	370,03	370,03
	N (kN)	-1,73	-1,73	1074,34	1074,34	1074,34	-1,73	-1,73

Os esforços cortantes da viga permaneceram inalterados com a variação da rigidez dos pilares. Para os esforços cortantes dos pilares, ao contrário, o aumento de rigidez dos pilares provocou um aumento no esforço cortante absorvido pelo pilar, em virtude da restrição ao encurtamento horizontal da viga que o pilar mais rígido proporcionou. Em virtude disso, as reações horizontais nos apoios também são maiores e, devido à hiperestaticidade, o esforço normal vai sendo reduzido com o aumento da rigidez dos pilares.

Com relação aos momentos fletores, percebe-se que na viga houve uma pequena variação nos esforços que, neste exemplo, foram da ordem de até 16%. Para os pilares, entretanto, o aumento da rigidez do pilar implica num aumento significativo do momento fletor na base do pilar, resultante da grande restrição por ele provocada no nível da viga. Essa variação representa um aumento de até oito vezes no momento fletor, o que pode ser considerado um efeito muito importante e que não pode ser desprezado na análise da estrutura.

Apesar da variação dos esforços normais, as tensões nas bordas superior e inferior da viga tiveram, a exemplo dos momentos fletores, uma pequena variação em função das diferentes rigidezes adotadas para os pilares, como mostra a Figura 6.18

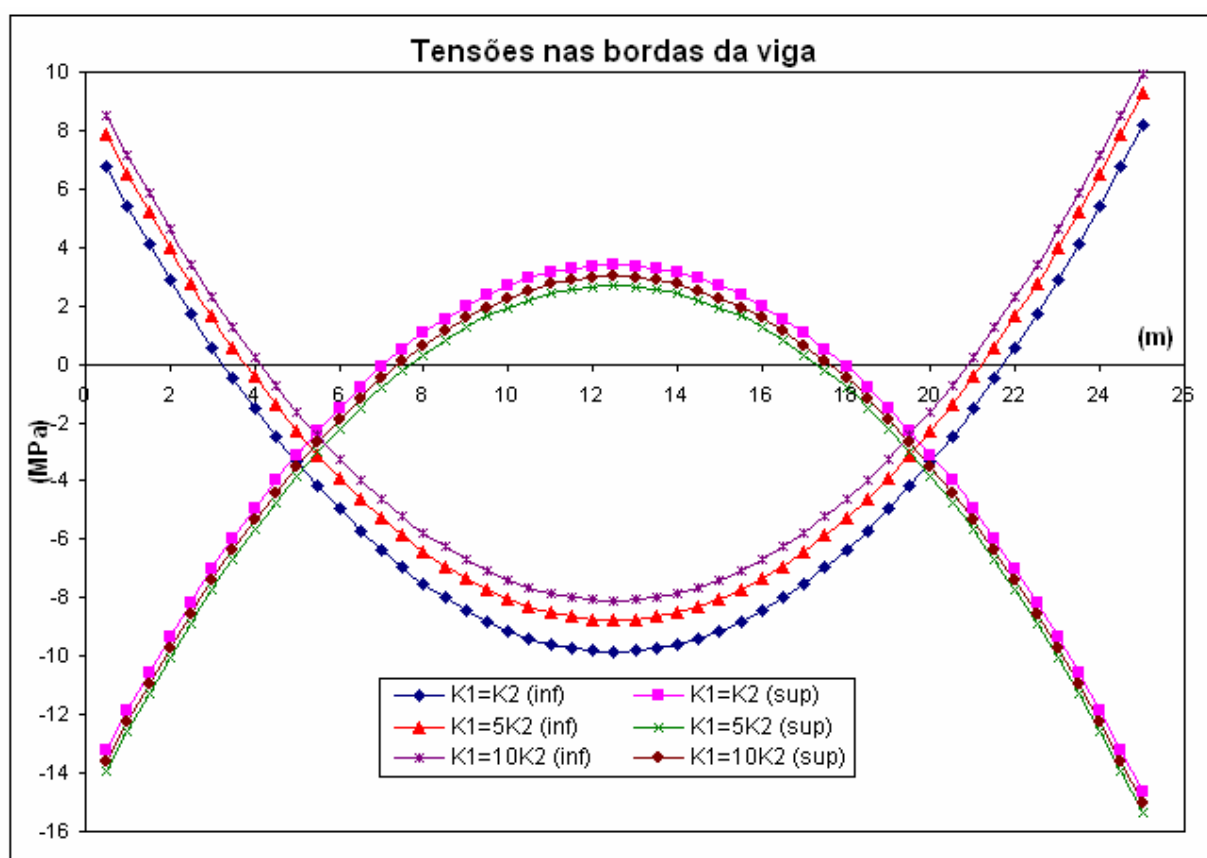


Figura 6.18 - Variação das tensões nas bordas superior e inferior

O estudo da variação da rigidez dos pilares mostra que a consequência mais importante da protensão em pórticos diz respeito ao momento fletor transmitido ao pilar. Quanto mais rígido for o pilar, maior será o momento por ele absorvido e menores são os esforços normais transmitidos pela protensão à viga principal.

No caso de projetos reais, esse comportamento pode ser observado em lajes e vigas protendidas de edifícios. Análises simplificadas da estrutura que desconsiderem esse efeito conjunto da protensão sobre a análise do pórtico podem conduzir a resultados muito diferentes dos esforços “reais” atuantes na estrutura.

6.6 Influência das perdas de protensão no comportamento do pórtico

As perdas de protensão provocam uma modificação na distribuição dos esforços solicitantes, em virtude da variação da força de protensão ao longo da estrutura.

Os efeitos das perdas de protensão nas estruturas isostáticas são conhecidos e de fácil determinação. No caso das vigas contínuas e dos pórticos, as perdas de protensão podem modificar a distribuição dos esforços na estrutura, tornando necessária uma avaliação mais cuidadosa do problema.

Neste estudo foram avaliadas as perdas de protensão sobre um pórtico de um vão, submetido ao efeito da protensão de um cabo parabólico. A geometria da estrutura do exemplo é mostrada na Figura 6.19 e os esforços solicitantes na Tabela 6.7, considerando, em cada caso, as perdas cumulativas desde a condição de ocorrência exclusiva das perdas por atrito, até a condição das perdas acumuladas devido ao atrito, acomodação da ancoragem, encurtamento elástico do concreto e as perdas progressivas.

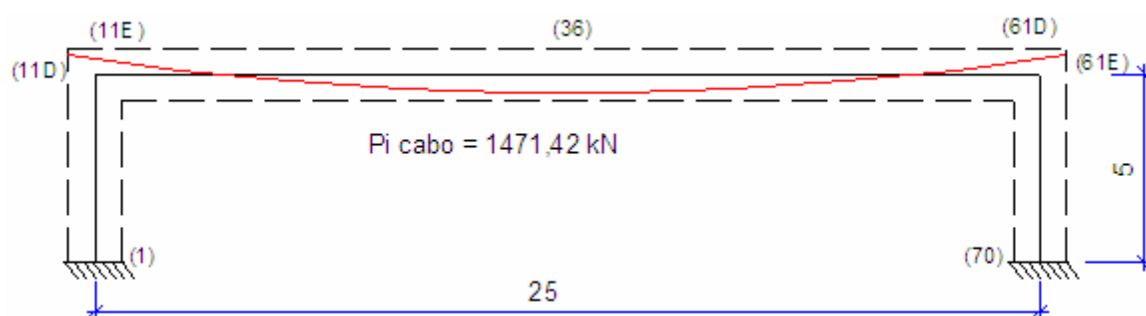


Figura 6.19 - Influência das perdas de protensão na estrutura do pórtico - geometria da estrutura

Tabela 6.7 - Esforços solicitantes nos nós principais para as perdas de protensão

Tipo de Perdas	Esforço	Nó da estrutura						
		(1)	(11E)	(11D)	(36)	(61E)	(61D)	(70)
Sem perdas	dx (cm)	0,0000	0,1461	0,1461	0,0000	-0,1461	-0,1461	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,5598	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-483,22	339,29	1205,92	-559,78	1205,92	339,29	-483,22
	V (kN)	164,50	164,50	-282,51	0,00	282,51	164,50	164,50
	N (kN)	-1,73	-1,73	1279,88	1279,88	1279,88	-1,73	-1,73
Atrito	dx (cm)	0,0000	0,1420	0,1420	0,0000	-0,1420	-0,1420	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,1117	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-464,79	320,23	1186,86	-524,67	1186,86	320,23	-464,79
	V (kN)	157,00	157,00	-282,20	0,00	282,20	157,00	157,00
	N (kN)	-1,43	-1,43	1287,37	1200,60	1287,37	-1,43	-1,43
Ancoragem	dx (cm)	0,0000	0,1403	0,1403	0,0000	-0,1403	-0,1403	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,1018	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-463,24	324,45	1151,97	-521,80	1151,97	324,45	-463,24
	V (kN)	157,24	157,24	-270,09	0,00	270,09	157,24	157,24
	N (kN)	-1,98	-1,98	1221,65	1197,56	1221,65	-1,98	-1,98
Encurtamento	dx (cm)	0,0000	0,1360	0,1360	0,0000	-0,1360	-0,1360	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	1,0688	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-449,34	314,72	1117,41	-506,14	1117,41	314,72	-449,34
	V (kN)	152,81	152,81	-261,98	0,00	261,98	152,81	152,81
	N (kN)	-1,92	-1,92	1185,00	1161,63	1185,00	-1,92	-1,92
Progressivas	dx (cm)	0,0000	0,1197	0,1197	0,0000	-0,1197	-0,1197	0,0000
	dy (cm)	0,0000	0,0001	0,0001	0,9405	0,0001	0,0001	0,0000
	M (kN.m)	-395,42	276,95	983,22	-445,41	983,22	276,95	-395,42
	V (kN)	134,47	134,47	-230,55	0,00	230,55	134,47	134,47
	N (kN)	-1,69	-1,69	1042,80	1022,24	1042,80	-1,69	-1,69

A análise dos resultados mostrados na tabela permite observar que as perdas de protensão provocam aproximadamente os mesmos efeitos nas vigas e nos pilares. Ao contrário da influência da rigidez dos pilares, as perdas de protensão na estrutura mostraram um comportamento esperado, mantendo a proporção da variação da força de protensão no cabo.

6.7 Efeito da protensão em pórticos de vários vãos

Nas estruturas aporticadas de vários vãos, comuns em pontes e em estruturas de edifícios com vigas e lajes protendidas, observa-se a ocorrência de vários dos comportamentos já estudados anteriormente quando da aplicação da protensão.

Em virtude disso, será analisada a estrutura de um pórtico plano simétrico com três vãos de 25 metros cada, submetido ao esforço de um cabo de protensão, sem a aplicação do carregamento externo. Serão apresentadas as diferenças de comportamento entre a protensão por um cabo reto e por um cabo curvo. As perdas de protensão não serão incluídas nesse estudo.

6.7.1 Pórtico com três vãos submetido à protensão de um cabo reto

A protensão é aplicada à estrutura através de um cabo reto localizado no centro geométrico da seção transversal da viga, que foi adotada igual à seção transversal do pilar.

A Figura 6.20 mostra a geometria e os esforços da estrutura até o eixo de simetria.

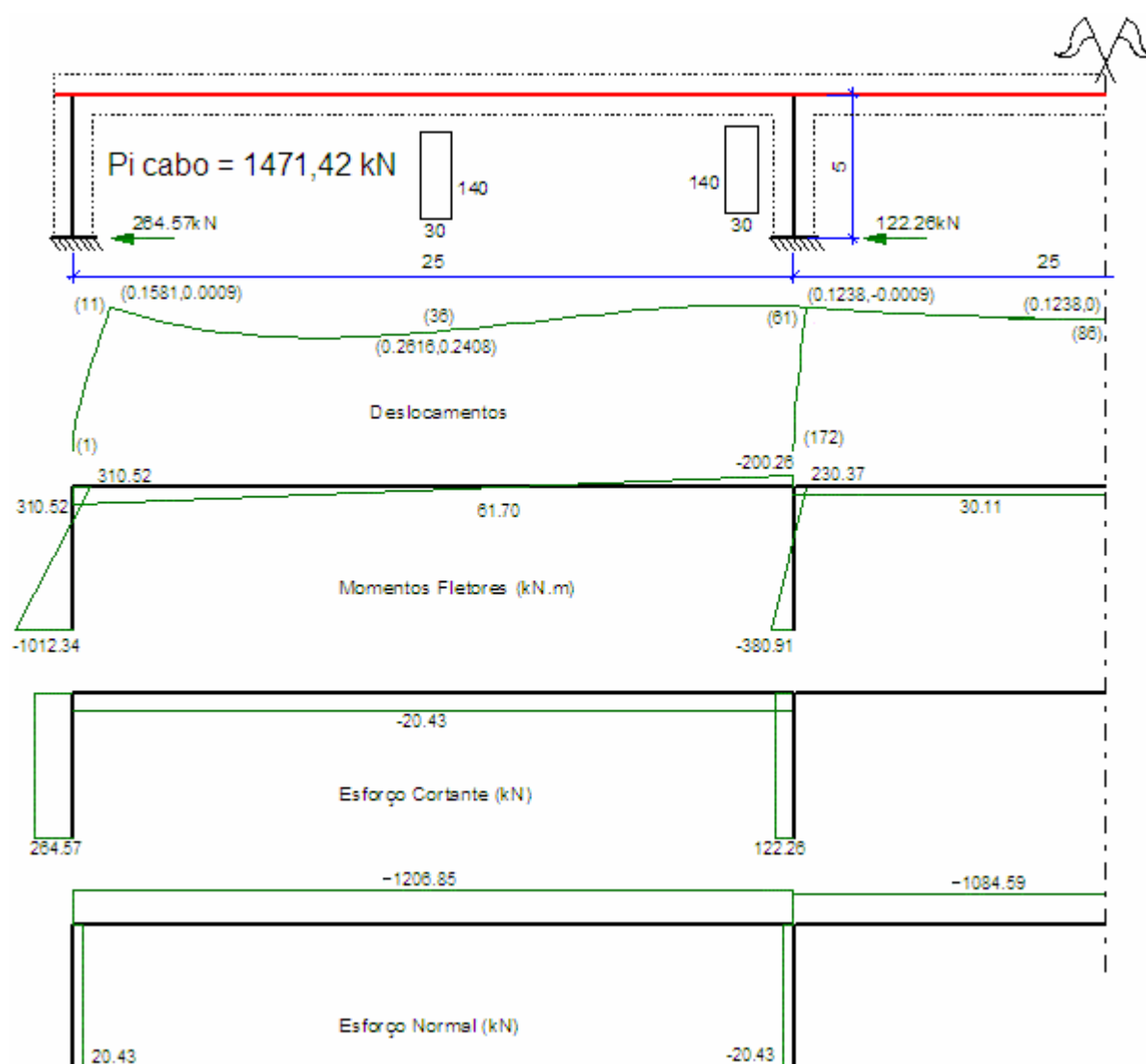


Figura 6.20 - Pórtico com 3 vãos submetido à protensão de 1 cabo reto

A protensão provoca o encurtamento axial da viga, que é “puxada” na direção do meio do vão, como mostra o diagrama de deslocamentos. A hiperestaticidade dos vínculos externos da estrutura, entretanto, restringe seu livre deslocamento e implica em deformações nas vigas e pilares. Os pilares mais externos são mais afetados pelo encurtamento de protensão e sofrem os maiores deslocamentos e também as maiores rotações nos nós das vigas.

Como consequência desse comportamento, as reações de apoio horizontais e os momentos fletores na base dos pilares são maiores nos pilares extremos. Esse momento fletor nos pilares é importante para seu dimensionamento e não pode ser desprezado.

A hiperestaticidade ao esforço normal também provoca alterações nos esforços solicitantes. Observa-se que o esforço normal nas barras dos vãos externos é maior que no vão interno, em virtude da restrição causada pelos pilares. Nas barras dos pilares, surgem também pequenos esforços normais, decorrentes dos momentos fletores da viga, que provocaram uma tração nos pilares externos e compressão de igual valor nos pilares internos.

6.7.2 Pórtico com três vãos submetido à protensão de um cabo curvo

Procurou-se estudar, também, a influência da curvatura do cabo nas estruturas aporticadas protendidas de vários vãos. O cabo de protensão foi disposto através de trechos parabólicos, cujas excentricidades são positivas nos apoios e negativas nos vãos.

De um modo geral, a disposição de um cabo parabólico, em comparação ao cabo reto, não alterou o comportamento da estrutura em relação aos resultados do exemplo da Figura 6.20. A hiperestaticidade da estrutura “puxou” os pilares para o vão central da estrutura, o que implica em momentos fletores na base dos pilares, mais importantes nos pilares mais extremos, nos quais as reações horizontais provocadas pela restrição aos deslocamentos nessa direção também são maiores.

Diferentemente do exemplo do cabo reto, a curvatura do cabo impõe a deformação da viga na direção da concavidade do cabo, tracionando faces diferentes da viga ao longo do vão.

Em relação ao esforço normal, observa-se um comportamento similar ao exemplo do cabo reto quanto à variação do esforço normal nos vãos e nos pilares.

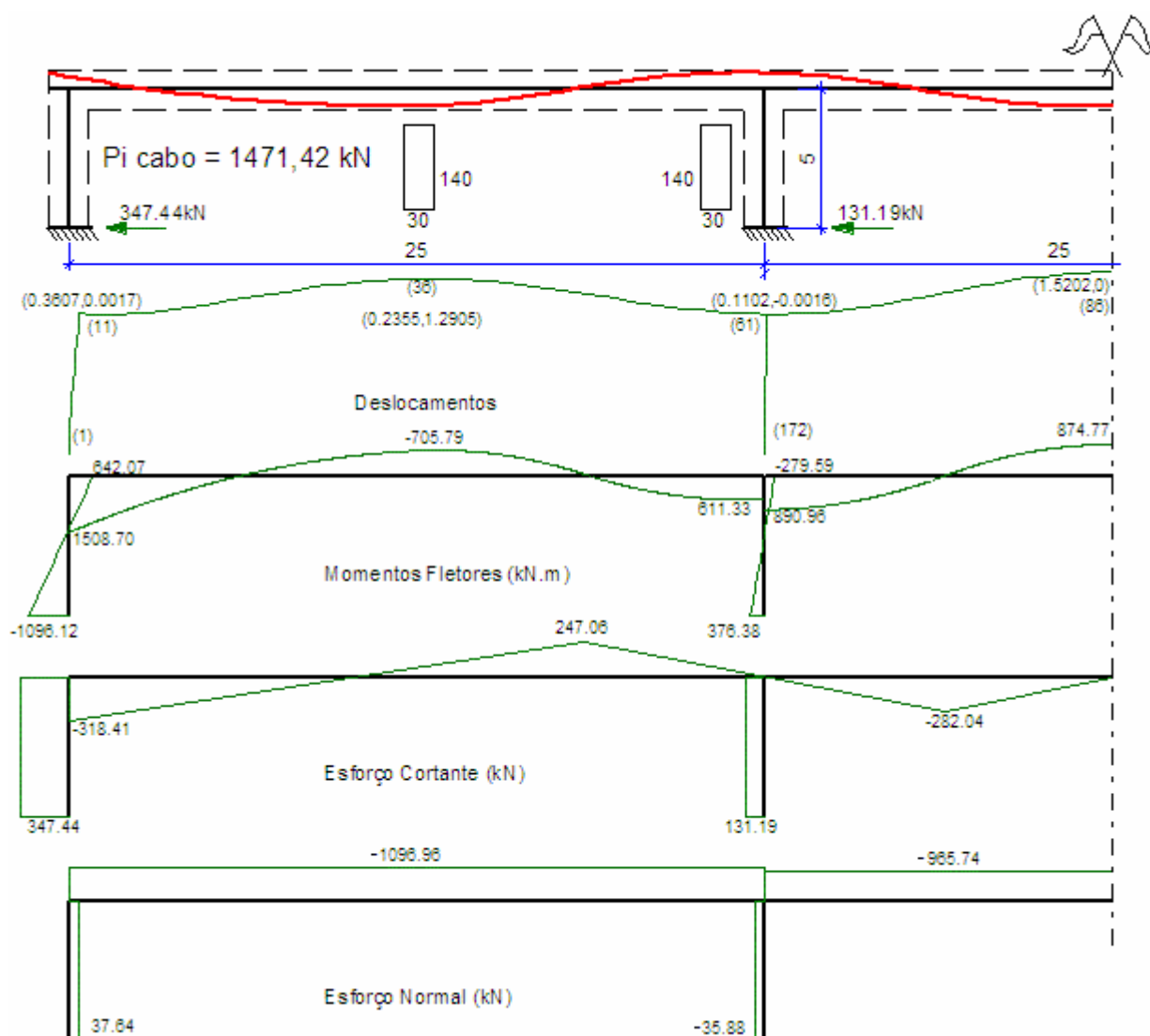


Figura 6.21 - Pórtico com 3 vãos submetido à protensão de 1 cabo curvo

Também neste exemplo, pode-se ressaltar que nas vigas de vários vãos, os esforços cortantes e momentos fletores nos pilares mais externos são relevantes e não

devem ser desprezados. A variação do esforço normal ao longo dos vãos da viga é grande devido às restrições impostas pelos pilares. Pode ser importante a previsão de uma distribuição de cabos variável ao longo dos vãos, com cabos adicionais nos vãos mais internos, de maneira a manter o esforço de protensão em níveis adequados ao projeto.

6.8 Efeito da protensão em pórticos de vários pavimentos

O efeito da protensão em pórticos de vários pavimentos ainda é pouco estudado em virtude da complexidade da consideração conjunta de todos os fenômenos e das variáveis envolvidas. Por outro lado, a aplicação da protensão em estruturas como essas vêm se tornando cada vez mais freqüente, principalmente nos casos de edifícios com lajes protendidas, cujos efeitos podem ser considerados similares aos efeitos observados para os pórticos de vigas e pilares.

Pretende-se, com esses resultados, apresentar um estudo qualitativo do comportamento de pórticos protendidos.

Os resultados que se seguem foram adaptados do exemplo utilizado por Collins (1987), que tomou um pórtico plano de seis pavimentos e o submeteu ao esforço de protensão aplicado por cabos retos dispostos nas vigas de cada um dos pavimentos. Os exemplos pressupõem que a estrutura já tenha sido totalmente construída para, posteriormente, serem aplicadas as protensões.

Assim como nos exemplos anteriores, admite-se, por simplificação, que a protensão é aplicada instantaneamente em todos os cabos da estrutura.

Não foram aplicados outros carregamentos externos à estrutura e não foram analisados os efeitos decorrentes das perdas de protensão.

6.8.1 Pórtico com protensão em todos os pavimentos

O efeito da protensão aplicada simultaneamente sobre todos os pavimentos da estrutura é percebido pela tendência de encurtamento axial da estrutura na direção horizontal, restringida, entretanto, no pavimento junto aos apoios. Os deslocamentos horizontais são aproximadamente os mesmos em todos os pavimentos.

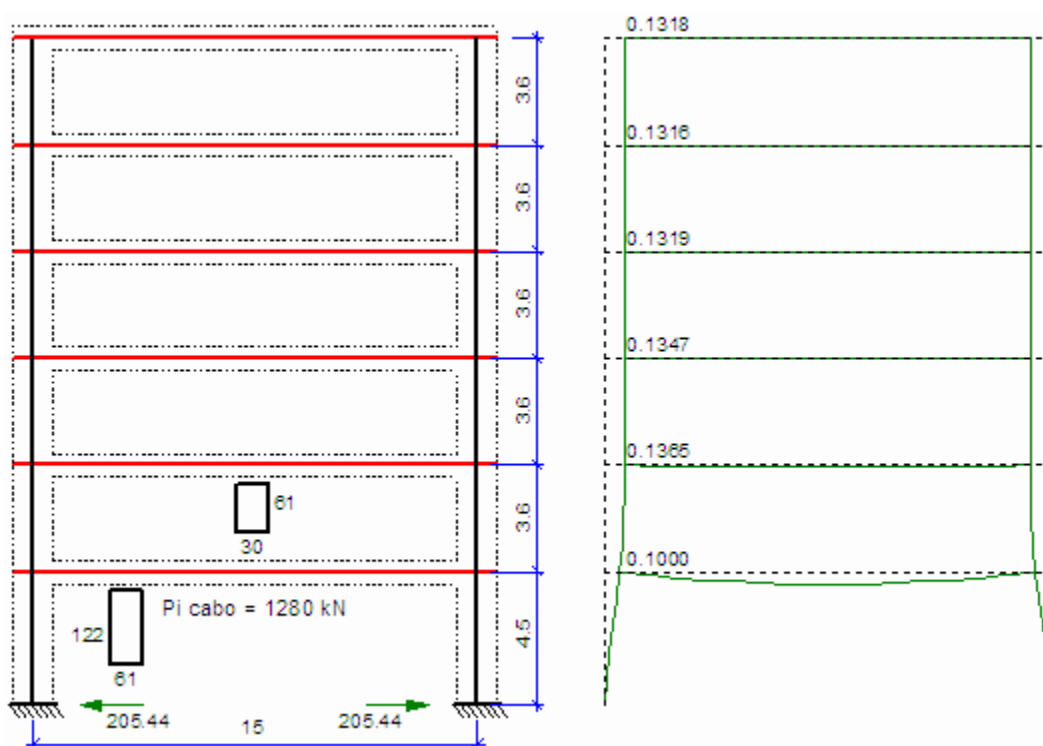


Figura 6.22 - Pórtico com protensão em todos os pavimentos - Geometria e deslocamentos

Em relação aos esforços solicitantes, percebe-se que os momentos fletores são grandes junto aos vínculos externos da estrutura, mas tendem a desaparecer nos pavimentos superiores, já que nestes a restrição imposta pela estrutura praticamente não ocorre.

Nos pavimentos superiores, os esforços normais nas vigas são praticamente iguais ao esforço de protensão. Já nos pavimentos inferiores, percebe-se que a hiperestaticidade ao esforço normal causada pelos vínculos externos da estrutura reduzem o valor do esforço normal junto ao primeiro pavimento e aumentam esse esforço além do esforço de protensão no pavimento seguinte.

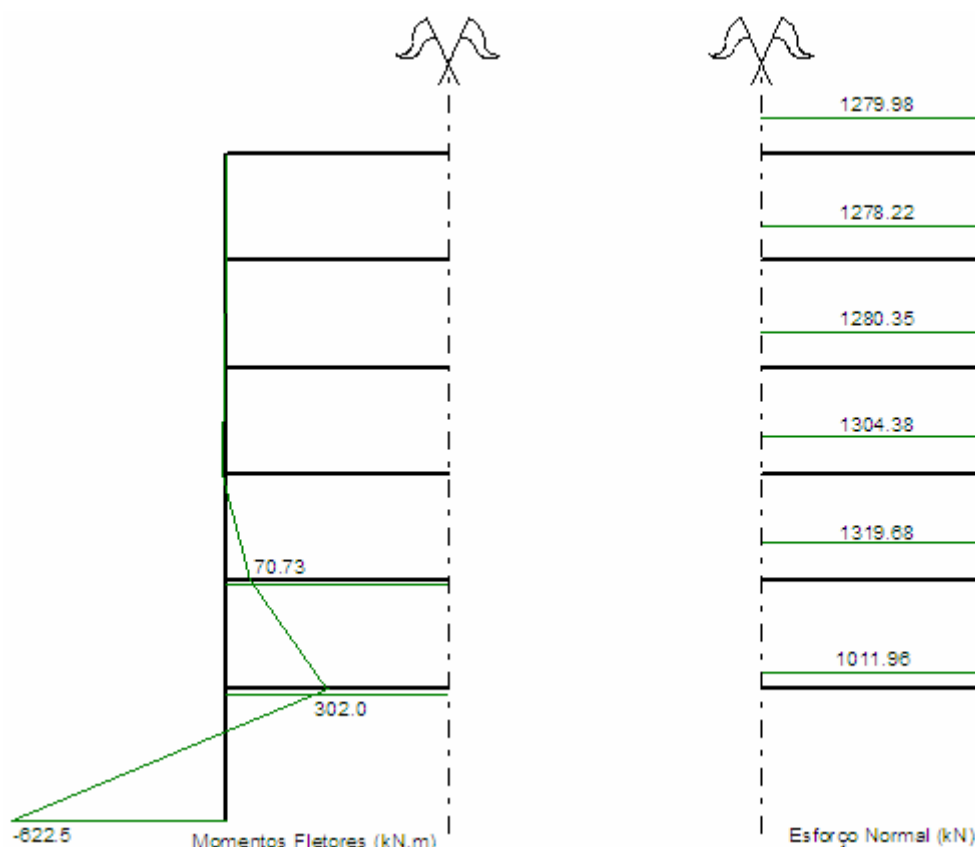


Figura 6.23 - Pórtico com protensão em todos os pavimentos – Esforços solicitantes

A sequência construtiva tem influência na distribuição dos esforços decorrentes da protensão. Collins (1987) apresentou um estudo em que foi efetuada uma análise da aplicação da protensão após a construção de cada pavimento, mostrando essa influência.

Neste trabalho, é apresentado um estudo simplificado no qual a protensão é aplicada em cada pavimento, sobre a hipótese de que toda a estrutura já tenha sido construída. Apesar de não representar a realidade construtiva, deseja-se mostrar um comportamento associado à sequência construtiva.

6.8.2 Pórtico com protensão apenas no 1º pavimento

Ao ser aplicada a protensão no primeiro pavimento da estrutura, ocorrem encurtamentos axiais na viga do respectivo pavimento, associada à flexão dos nós da estrutura, vizinhos ao cabo protendido. Tanto os vínculos externos como os pavimentos adjacentes atuam restringindo esse deslocamento axial, o que implica em reações horizontais externas e momentos fletores maiores que no caso da protensão sobre todos os pavimentos. Os momentos fletores, entretanto, são absorvidos apenas nos pavimentos iniciais da estrutura.

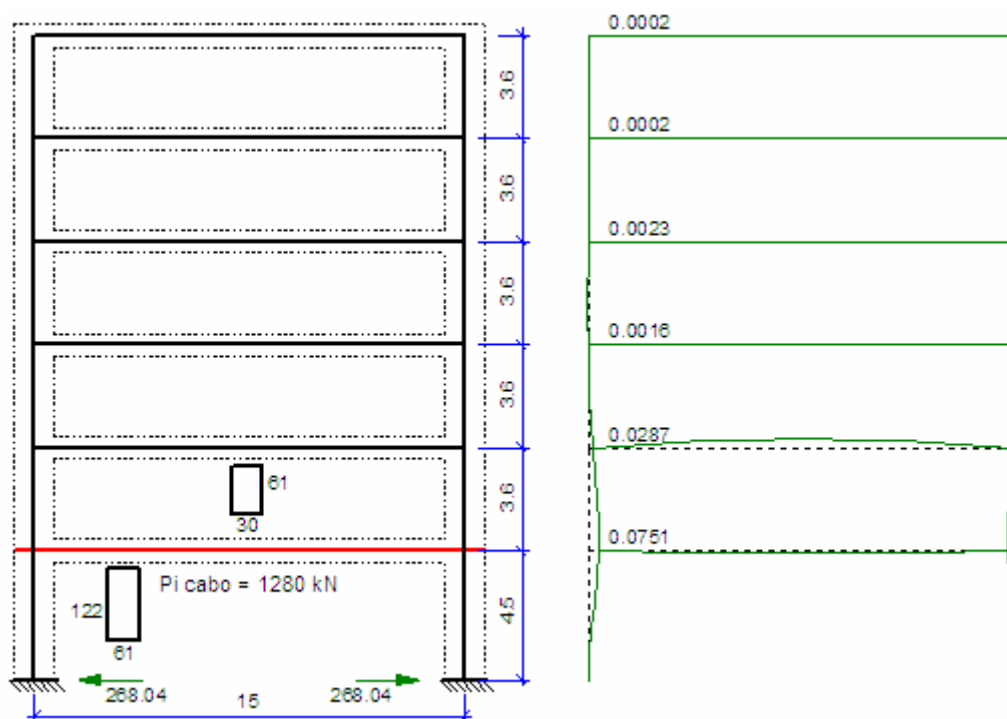


Figura 6.24 - Pórtico com protensão no 1º pavimento - Geometria e deslocamentos

O esforço de protensão aplicado é dissipado, em grande parte, durante a protensão, sendo absorvido pelos vínculos externos e pelas vigas dos pavimentos adjacentes ao pavimento protendido que, por compressão, restringem a estrutura.

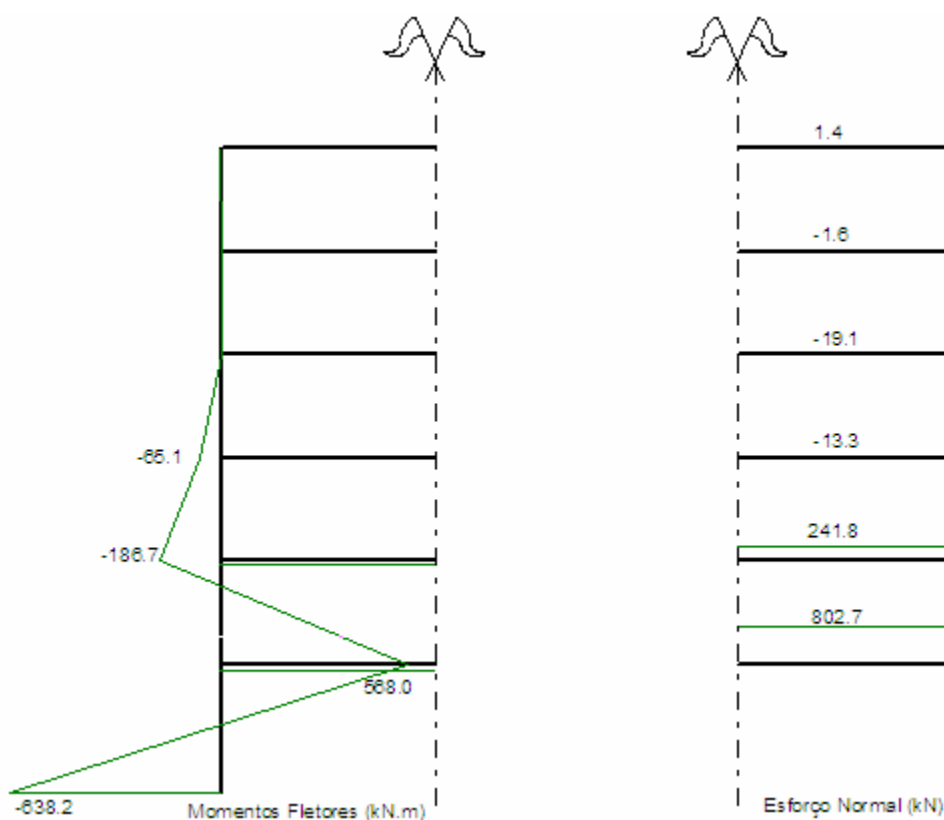


Figura 6.25 - Pórtico com protensão no 1º pavimento - Esforços solicitantes

6.8.3 Pórtico com protensão no 1º e 2º pavimentos

O encurtamento nas vigas protendidas que ocorre por ação da protensão é restringido pelos vínculos externos e pelos pavimentos adjacentes, sendo pouco sentidos nos pavimentos mais afastados da protensão.

A protensão provoca uma flexão bem pronunciada junto aos vínculos externos e junto aos nós dos pilares com as vigas protendidas, dissipando-se nos pavimentos superiores.

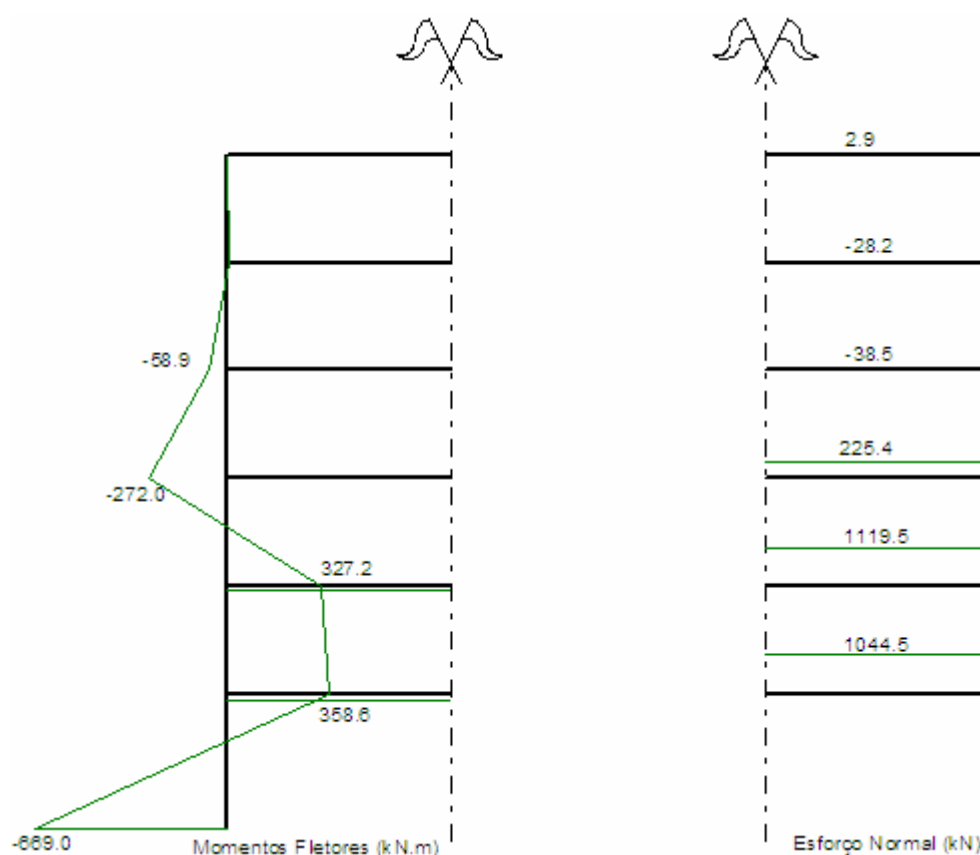


Figura 6.27 - Pórtico com protensão no 1º e 2º pavimentos - Esforços solicitantes

6.8.4 Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos

Os efeitos da protensão aplicada simultaneamente sobre três pavimentos adjacentes podem ser admitidos semelhantes aos efeitos provocados pela protensão aplicada em apenas dois pavimentos.

Entretanto, em relação ao esforço normal, percebe-se que o pavimento intermediário protendido é afetado pela restrição da protensão nos pavimentos adjacentes, e o esforço normal é maior que a própria protensão.

O mesmo comportamento ocorre no caso de serem quatro os pavimentos protendidos simultaneamente.

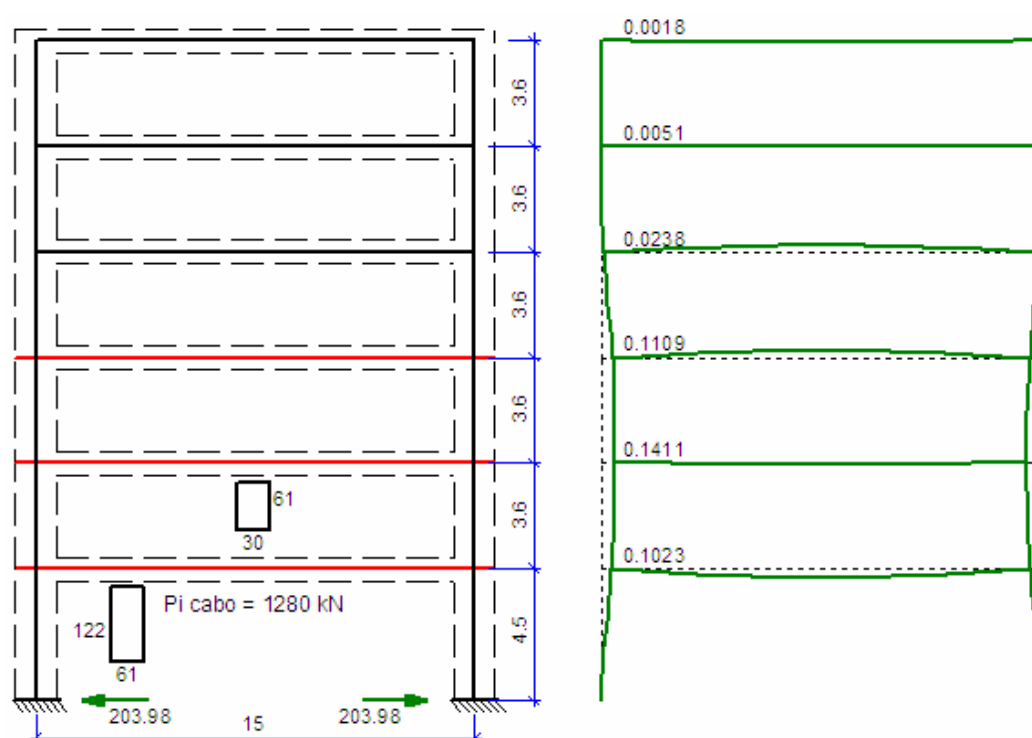


Figura 6.28 - Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos

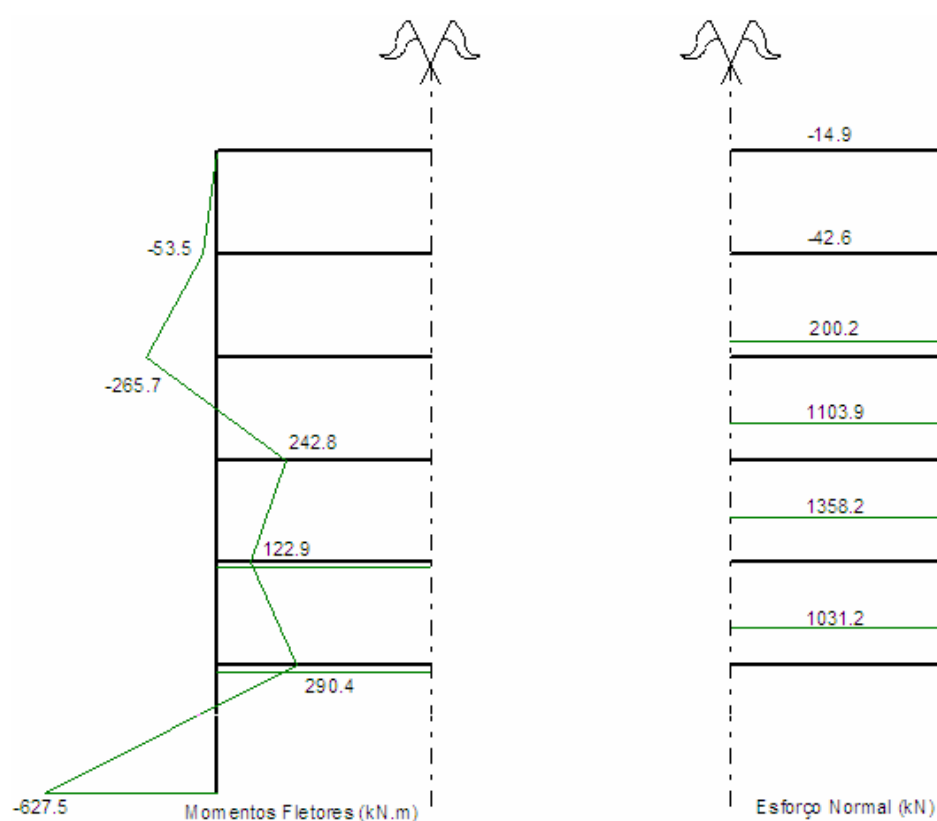


Figura 6.29 - Pórtico com protensão nos três primeiros pavimentos - Esforços solicitantes

6.8.5 Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos

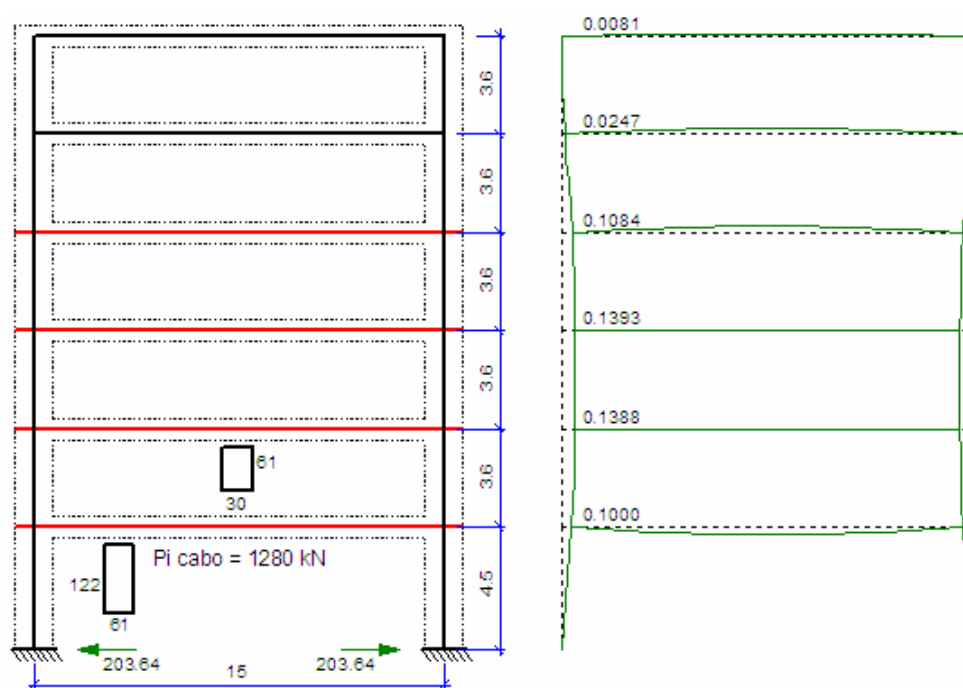


Figura 6.30 - Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos

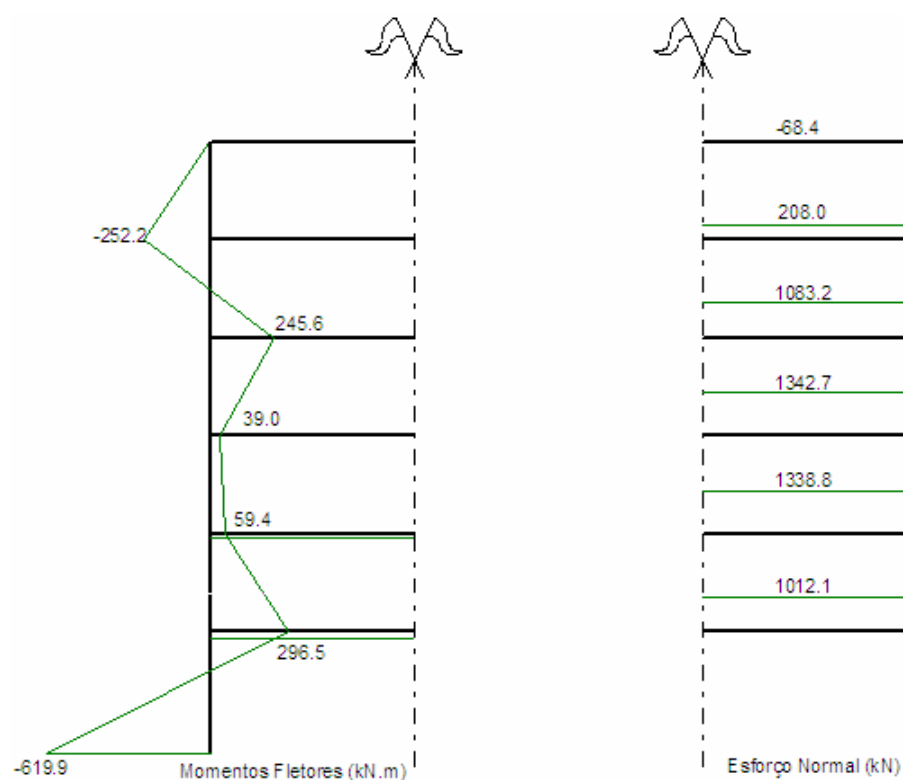


Figura 6.31 Pórtico com protensão nos quatro primeiros pavimentos - Esforços solicitantes

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

6.8.6 Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos

Se forem protendidos simultaneamente cinco dos seis pavimentos dessa estrutura, o comportamento mostra a tendência da conformação final após a protensão de toda a estrutura, exceto pelas deformações do último pavimento e dos momentos fletores junto ao penúltimo pavimento, diferentes em decorrência da restrição provocada pelo último pavimento.

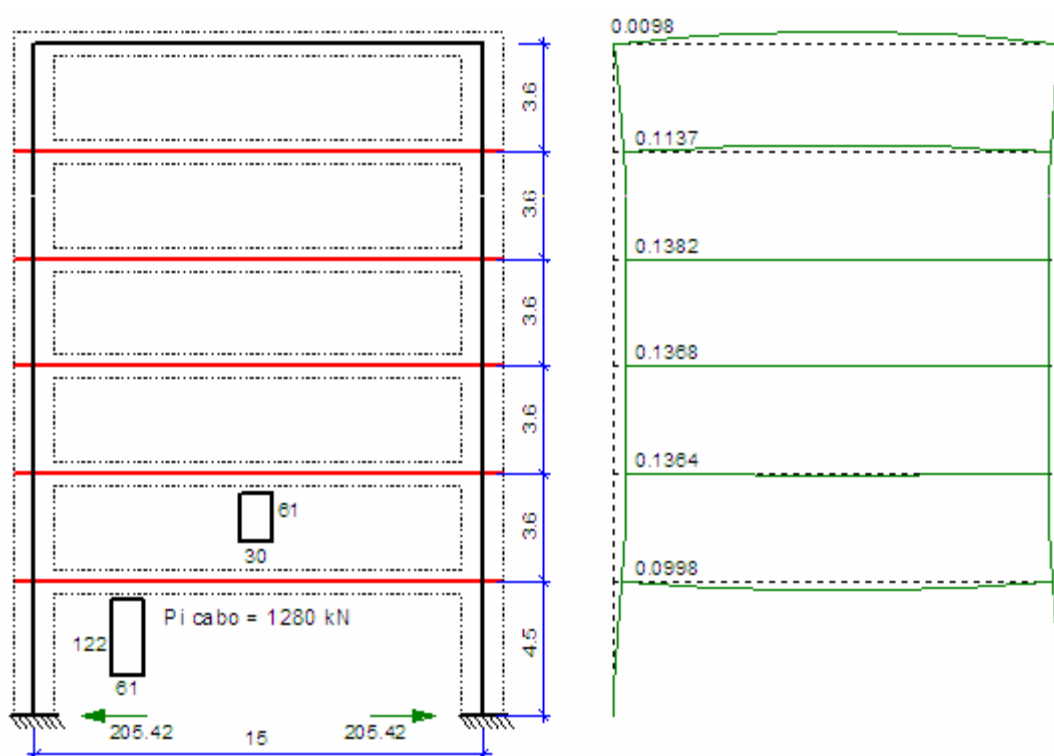


Figura 6.32 - Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos - Geometria e deslocamentos

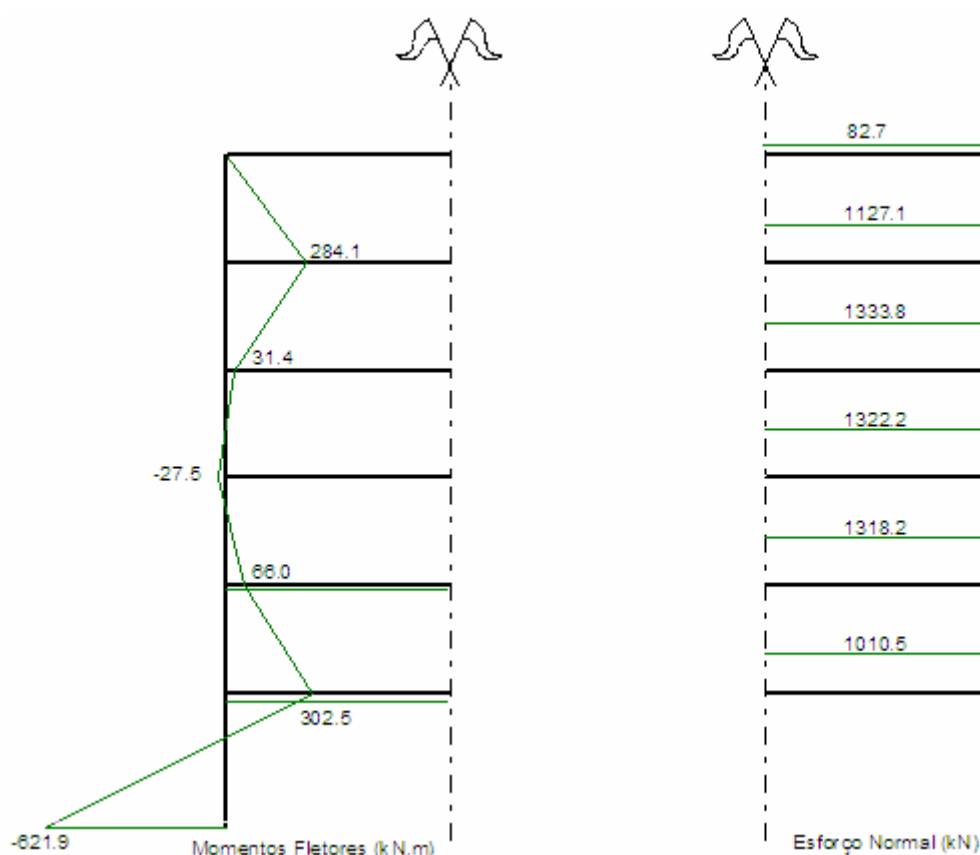


Figura 6.33 - Pórtico com protensão nos cinco primeiros pavimentos - Esforços solicitantes

Numa análise mais ampla dos diversos casos desse exemplo, é possível perceber que as reações de apoio horizontais junto aos vínculos externos são menores quanto maior for o número de pavimentos protendidos simultaneamente.

Assim como nos demais exemplos apresentados, os esforços normais nas peças protendidas podem ser maiores que o esforço de protensão aplicado, em virtude da existência de hiperestaticidade ao esforço normal.

A análise da protensão da estrutura em diversas configurações construtivas mostra que os esforços e os deslocamentos na estrutura dependem dessa sequência construtiva e que a ordem em que é efetuada a protensão pode alterar significativamente os esforços e deslocamentos da estrutura. No caso de estruturas hiperestáticas

protendidas, principalmente no caso de pórticos hiperestáticos, deve-se levar em conta no projeto a seqüência de construção e de aplicação da protensão.

7 Conclusões e Recomendações

7.1 Desenvolvimento das rotinas de programação segundo a Programação Orientada a Objetos (POO)

O desenvolvimento de rotinas de programação não foi o foco deste trabalho, mas teve influência significativa no andamento das atividades e nos resultados obtidos, tendo em vista o tempo dispendido em sua elaboração.

A opção pela Programação Orientada a Objetos, desenvolvida na linguagem C++ foi, como já mencionado, fruto da possibilidade de aproveitamento de códigos já desenvolvidos por BANKI (1999) e pelo interesse profissional do autor em conhecer esta linguagem. Além disso, procurou-se também incentivar a pesquisa utilizando a orientação a objetos, cuja metodologia de programação permite o reaproveitamento de código, oferecendo clareza de leitura, desenvolvimento e manutenção das rotinas.

Apesar da implementação das rotinas de programação ter tomado uma parte grande do tempo dispendido no trabalho, sua importância foi decisiva nos resultados obtidos. Com as rotinas implementadas, pôde-se estender o estudo sobre as estruturas protendidas até aos pórticos planos de vários vãos e andares, o que não seria viável com procedimentos de cálculo manuais.

7.2 Consideração da protensão na estrutura como um conjunto de cargas externas equivalentes

O método que propõe a consideração da protensão como um campo de deformações iniciais permite a verificação da estrutura ao Estado Limite Último (ELU) com grande precisão. A avaliação da protensão em estruturas isostáticas ou contínuas de pequeno porte e com a força de protensão constante ao longo do cabo é viável através deste procedimento, mas em estruturas hiperestáticas ou quando se deseja considerar os efeitos das perdas imediatas e progressivas de protensão têm sua resolução muito trabalhosa.

A consideração da protensão como um conjunto de esforços iniciais equivalentes é viável, apenas, para o caso das vigas isostáticas ou pouco hiperestáticas. No caso das estruturas muito hiperestáticas e da consideração de perdas progressivas, que dependem da determinação dos esforços na estrutura, a análise por este processo torna-se muito trabalhosa e perde suas vantagens.

A utilização de elementos finitos, através de modelos discretos da seção de concreto integrados com o cabo de protensão permite a análise de estruturas hiperestáticas quaisquer, com a consideração das perdas imediatas e progressivas. A implementação computacional desse processo, entretanto, é mais trabalhosa do que nos demais processos.

A consideração da protensão na estrutura como um conjunto de cargas externas equivalentes é uma excelente alternativa para a resolução das estruturas protendidas, principalmente as hiperestáticas, tendo em vista a relativa facilidade de implementação computacional, em comparação com as alternativas de representação da protensão

como um conjunto de esforços equivalentes ou um campo de deslocamentos iniciais equivalentes.

7.3 Subdivisão das vigas protendidas em um número finito de barras

Uma das alternativas adotadas no modelo implementado neste trabalho foi a de subdividir as vigas protendidas em um número finito de barras, a fim de determinar a posição do cabo, os esforços solicitantes, deslocamentos e tensões nas bordas, para cada nó da estrutura.

Os resultados obtidos com essa alternativa aproximaram-se dos resultados teóricos e daqueles obtidos nos estudos desenvolvidos por THIESEN (2001).

Em virtude dessa subdivisão adotada, tem-se como alternativa a proposição da representação da protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes nos nós da viga, em substituição ao conjunto só de cargas distribuídas equivalentes e de um conjunto de cargas corretivas para considerar a variação da força de protensão no cabo. É possível considerar a variação da força de protensão ao longo do cabo através deste procedimento com as cargas concentradas equivalentes. Essa alternativa, entretanto, deve ser melhor estudada em trabalhos futuros para sua consolidação como alternativa de representação da protensão.

7.4 Influência da hiperestaticidade ao esforço normal nas estruturas protendidas

A hiperestaticidade ao esforço normal, decorrente da restrição ao livre deslocamento da estrutura na direção da aplicação da protensão, pode ter grande influência em algumas estruturas.

Nas vigas contínuas, a existência de hiperestaticidade ao esforço normal não altera os momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos da estrutura, mas ao restringir o livre deslocamento horizontal, impede a aplicação da protensão na peça, que acaba sendo transferida diretamente aos apoios. Esse fato torna-se decisivo no dimensionamento das vigas, já que ficam sem a ação favorável do esforço de compressão, alterando totalmente o estado de tensões na seção transversal. Além disso, a aplicação da protensão diretamente nos apoios pode tornar o dimensionamento das fundações um grande problema para a obra.

Nas estruturas de pórtico, entretanto, a situação não é a mesma. A hiperestaticidade ao esforço normal implica em esforços adicionais à estrutura, alterando os momentos fletores nos pilares e o esforço normal na viga protendida. No caso de pórticos com vários vãos protendidos, a restrição hiperestática modifica os momentos nos pilares e pode reduzir substancialmente os esforços normais nos vãos internos. Em alguns casos, ao contrário, podem aumentar os esforços normais além do esforço de protensão aplicado e, se não houver uma análise adequada das tensões na seção, pode comprometer o funcionamento da peça nas condições de serviço.

Essas condições estruturais, comuns nos projetos de vigas e lajes protendidas de edifícios e pontes, não podem ser desprezadas na fase de projeto.

Sugere-se que esses efeitos sejam, ainda, melhor estudados, com a consideração mais realista das perdas de protensão e da influência da fissuração na rigidez das peças.

7.5 Influência da excentricidade do cabo nas estruturas protendidas

Este estudo mostrou que a influência da excentricidade do cabo vai além da direção da curvatura da viga provocada pela protensão. Mais do que nas vigas, a excentricidade do cabo nos pórticos tem grande influência nos resultados, já que modifica a intensidade e os sinais dos esforços e deslocamentos na estrutura, e das reações de apoio nos vínculos externos. Além disso, implica em alterações importantes no esforço normal que, em alguns casos, ultrapassa o valor do esforço de protensão aplicado.

Nas análises que consideram a estrutura como um pórtico sob a ação da protensão, como é o caso deste trabalho, esse efeito é naturalmente considerado. É importante, pois, sua consideração nos projetos correntes de estruturas protendidas com hiperestaticidade.

7.6 Influência da rigidez dos pilares nos resultados da estrutura

De maneira geral, a rigidez dos pilares não proporciona alterações importantes nos deslocamentos, esforços cortantes e nos momentos fletores das vigas. Entretanto, o aumento da rigidez dos pilares provoca o aumento significativo dos esforços cortantes e momentos fletores nos pilares e uma redução importante nos esforços normais nas vigas.

No caso de pórticos planos de vários vãos, os esforços cortantes e momentos fletores são maiores nos pilares mais externos, enquanto que os esforços normais são mais restringidos nos vãos mais internos da estrutura.

Nos pórticos planos de vários andares, em que a protensão é aplicada simultaneamente sobre todos os pavimentos, os efeitos da rigidez dos pilares influenciados pelas restrições dos vínculos externos, são mais importantes nos pavimentos inferiores do que nos pavimentos superiores.

Este estudo mostrou que nas estruturas hiperestáticas protendidas, a rigidez dos pilares tem papel importante nos resultados e não deve ser desprezada na análise e dimensionamento das estruturas.

7.7 Influência das perdas de protensão nas estruturas protendidas

Os estudos desenvolvidos neste trabalho mostraram que tanto em vigas isostáticas e hiperestáticas, como nos pórticos, as perdas de protensão provocam alterações nos esforços e deslocamentos, aproximadamente na mesma proporção da variação do esforço de protensão.

Apesar destes estudos terem sido, ainda, superficiais em relação ao problema das perdas de protensão nas estruturas hiperestáticas protendidas, representam, todavia, um avanço em relação a outras ferramentas disponíveis. O software SAP 2000, por exemplo, não permite a consideração das perdas de protensão na estrutura, admitindo que o esforço normal não varia ao longo da peça protendida.

Dependendo do tipo da estrutura, as perdas de protensão podem ter maior ou menor influência no dimensionamento e no desempenho da estrutura.

Sugere-se que a partir deste trabalho, sejam feitos estudos considerando de maneira mais realista as perdas por encurtamento elástico e as perdas progressivas. E assim, com esse ferramental, sejam avaliados os efeitos das perdas de protensão em um numero maior de estruturas, para que os resultados sejam mais fiéis aos que acontece nas estruturas reais.

7.8 Influência da seqüência construtiva de protensão

Assim como nas estruturas de concreto armado, a avaliação dos efeitos que dependem da seqüência construtiva representam um dos problemas de mais difícil avaliação tendo em vista o número de variáveis envolvidas.

Neste trabalho, procurou-se estudar, de maneira qualitativa, a influência da seqüência de protensão dos cabos, ainda que sob um grande número de simplificações, tais como a não consideração das perdas de protensão e a condição de simultaneidade da protensão em todos os pavimentos considerados.

Dessa primeira análise, pode-se mostrar que a seqüência de protensão modifica a distribuição dos esforços solicitantes e deslocamentos na estrutura, principalmente nos pavimentos adjacentes ao(s) pavimento(s) protendido(s), com forte influência no pavimento mais próximo aos apoios.

Este tema pode ser estudo de outra dissertação específica.

7.9 Aplicação prática em projeto dos estudos deste trabalho

Os objetivos que foram idealizados para este trabalho visaram sua aplicação prática em projetos de estruturas, especialmente na avaliação de alguns problemas que ainda não são conhecidos por todos os projetistas estruturais.

Acredita-se que este trabalho trouxe contribuições ao projeto de estruturas protendidas sob vários aspectos. Procurou-se mostrar que, com as ferramentas computacionais disponíveis, é possível avaliar os diversos fatores intervenientes em projetos de estruturas protendidas, dos quais cabe ressaltar a importância da hiperestaticidade ao esforço normal, da rigidez dos pilares e das perdas de protensão.

Apesar de voltado à análise de pórticos planos, os resultados desse trabalho podem ser utilizados para estudos posteriores na análise de pórticos espaciais protendidos e na análise de pavimentos de lajes protendidas.

7.10 Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados obtidos deste trabalho mostraram que a avaliação realista da protensão nas estruturas ainda depende de muitos outros estudos.

O desenvolvimento de metodologias para a inclusão das perdas de protensão por encurtamento elástico do concreto e nas perdas progressivas através de procedimentos não simplificados nas estruturas hiperestáticas, será importante para a ratificação de algumas das principais idéias formuladas neste trabalho. A partir disso, pode-se obter resultados mais confiáveis a respeito da influência das perdas de protensão nas estruturas hiperestáticas protendidas.

Neste trabalho foram feitos estudos da influência de diversos fatores como a hiperestaticidade ao esforço normal, a rigidez dos pilares e a excentricidade dos cabos de protensão. Todavia, os estudos procuraram mostrar a influência de cada fenômeno em separado, sem considerar de maneira mais clara a influência de um fenômeno sobre o outro. Recomenda-se, portanto, um estudo mais profundo que leve em conta esses efeitos conjuntos em um número maior de estruturas.

As rotinas de programação implementadas neste trabalho permitem a avaliação da contribuição do cabo na inércia da seção transversal, com a opção de consideração da seção líquida (descontada a porção de concreto ocupada pela bainha), da seção bruta (sem considerar a presença do cabo) e da seção homogeneizada (considerando a contribuição do cabo nas propriedades geométricas da seção). Apesar desses recursos terem sido implementados, optou-se por não incluir neste trabalho por entender que sua aplicação tem influência direta no estudo da seqüência construtiva da estrutura e que, como já foi mencionado, este assunto pode ser tema de outro trabalho.

A consideração da protensão através de um conjunto de cargas concentradas equivalentes, como alternativa às cargas distribuídas equivalentes, também pode ser melhor avaliada e, se comprovada sua eficácia e validade de resultados, poderá ser utilizada em estudos futuros.

Sugere-se, ainda, considerar os efeitos decorrentes da variação de temperatura em estruturas protendidas, principalmente naquelas em que há variação direta de temperatura sobre os elementos protendidos.

Referências Bibliográficas

- AALAMI, Bijan O. **Structural Modeling of Posttensioned Members**. Journal of Structural Engineering. Vol. 126, nº 2. American Society of Civil Engineerings (ASCE): USA, 2000.
- BANKI, André L. **Estudo sobre a Inclusão da Não-linearidade Geométrica em Projetos de Edifícios**. Dissertação: UFSC. Florianópolis, 1999.
- BERRY, John T. **Programando em C++**. São Paulo, SP: Makron Books, 1991.
- COLE, Harry A. **Direct Solution for Elastic Prestress Loss in Pretensioned Concrete Girders**. Practice Periodical on Structural Design and Construction. Vol. 5, nº 1. American Society of Civil Engineerings (ASCE): USA, 2000.
- COLLINS, Michael P. & MITCHELL, Denis. **Prestressed Concrete Basics**. Ottawa, Canadá: Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987.
- KEYDER, Engin. **Friction Losses in Prestressed Steel by Equivalent Load Method**. PCI Journal. Nº 2. 1990..
- LEONHARDT, Fritz. **Construções de Concreto – concreto protendido**. Vol. 5, Rio de Janeiro: Interciência, 1983.
- LIBBY, James R. **Modern Prestressed Concrete**. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1984.
- LIN, T. Y. **Design of Prestresses Concrete Structures**. New York: John Wiley & Sons, 1963.

- MARTINS, A.R. & STUCCHI, Fernando R. **Ações nas Estruturas de Concreto**. Anais, III Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. Escola Politécnica da USP. São Paulo, SP: 1993.
- MASON, Jaime. **Concreto Armado e Protendido**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1976.
- NBR 6118:2003 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro: ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- NBR 7483:1983 – Cordoalhas de aço para Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- NILSON, Arthur H. **Design of Prestressed Concrete**. Second Edition, New York: John Wiley & Sons, 1987.
- SAP 2000. *Analysys Reference Manuals*. Computer and Structures Inc. Berkeley. Vol. 1 e 2.
- SCORDELIS, A. C. **Computer Models for nonlinear analysis of reinforced and prestressed concrete structures**. PCI Journal, 29(6), 135, 1984.
- SKAF, Kalil J. & STUCCHI, Fernando R. **Alternativas de Representação da Protensão no Projeto de Estruturas de Concreto**. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, BT/PEF/9512. São Paulo, SP: 1995.
- SHUSHKEWICH, Kenneth W. **Simplified Equivalent Loads of Prestressing**. Journal of Structural Engineering. Vol. 117, nº 11. American Society of Civil Engineerings (ASCE): USA, 1991.
- PFEIL, Walter. **Concreto Protendido**. Vols. 1,2 e 3. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984.
- THIESEN, Juliano R.. **Representação da Protensão por Carregamentos Equivalentes**. Dissertação: UFSC. Florianópolis, 2001, 132p.

Anexo I – Documentação das rotinas de programação implementadas

Nesta seção será apresentada uma documentação das principais classes do programa, a fim de permitir que futuros pesquisadores nesta área de estudos possam aproveitar parte ou a totalidade deste trabalho para efetuar novos estudos.

A.1 Introdução

A opção pelo desenvolvimento de um programa computacional que considerasse os efeitos da protensão nas estruturas aporticadas deve-se ao fato de que, embora existam alguns programas comerciais de Análise Estrutural que contemplam alguns dos pontos apresentados, através de uma implementação própria pode-se ter a máxima liberdade na escolha dos processos e parâmetros a serem utilizados.

Uma vez que esta implementação não se destina à aplicação comercial, não existiram diversas preocupações de interface, mas apenas com a parte de resolução da estrutura considerando os efeitos da protensão.

O compilador utilizado foi o Borland C++ 5.02 para Windows. Optou-se pelo desenvolvimento de uma interface padrão Windows, para a manipulação dos arquivos em formato texto, necessários ao programa. A programação dessa interface, bem como a manipulação dos arquivos texto, utiliza apenas classes predefinidas fornecidas com o compilador utilizado, o Borland C++.

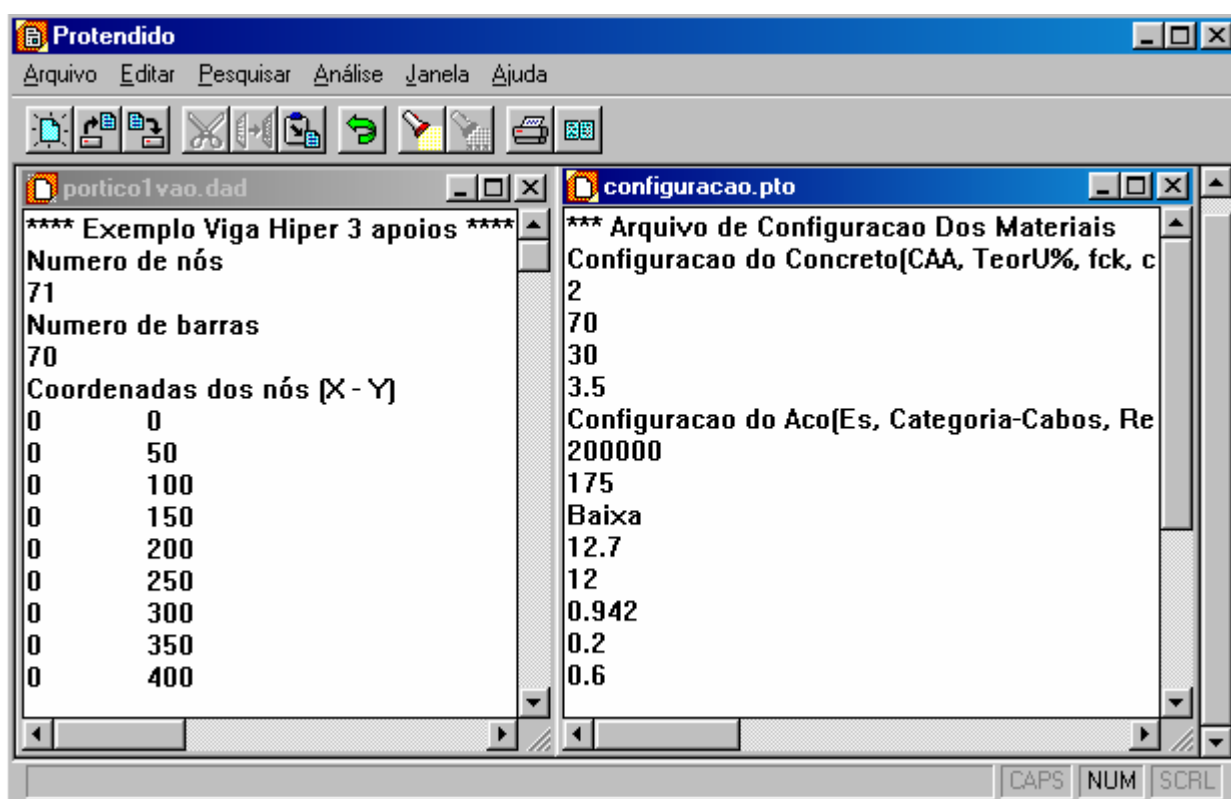


Figura 7.1 - Interface do programa

Na filosofia da Programação Orientada a Objetos, não existe algo como um procedimento principal e suas sub-rotinas. Diversas classes se inter-relacionam para compor o aplicativo como um todo.

Embora a maior parte do código, com exceção do nível da aplicação em si, seja independente do ambiente, utilizam-se certas bibliotecas padrão Borland. São estas as classes que encapsulam a API do Windows e fornecem formas de acesso aos arquivos

em disco, de gerenciamento de memória, entre outros. No caso de se desejar portar o código inteiro para outro compilador, estas partes do código normalmente têm que ser modificadas, seguindo as instruções de conversão contidas no próprio compilador.

Cada classe possui um conjunto de dados e um conjunto de métodos. Tanto um como outro podem ser definidos como acessíveis externamente à classe (métodos públicos) ou acessíveis apenas internamente (métodos protegidos ou privados).

Na sintaxe C++, existe uma separação no código de cada classe. Um arquivo, normalmente com a extensão “.h”, define o “header” da classe. Esta representa a definição da classe, contendo todos os seus dados e métodos, tanto públicos (abaixo da seção “public”) como privados (abaixo da seção “protected”).

A implementação de cada método pode estar contida em um ou mais arquivos, normalmente com a extensão “.CPP”.

A.2 Estrutura de classes do programa

A totalidade das classes do aplicativo desenvolvido contém os arquivos do modelo, relacionados ao estudo deste trabalho, mas também uma série de outros recursos que permitem, basicamente, a integração deste aplicativo aos recursos do Windows.

No que diz respeito ao modelo de classes relacionadas ao trabalho propriamente dito, a estrutura de classes contém uma distribuição como a mostrada na Figura 7.2

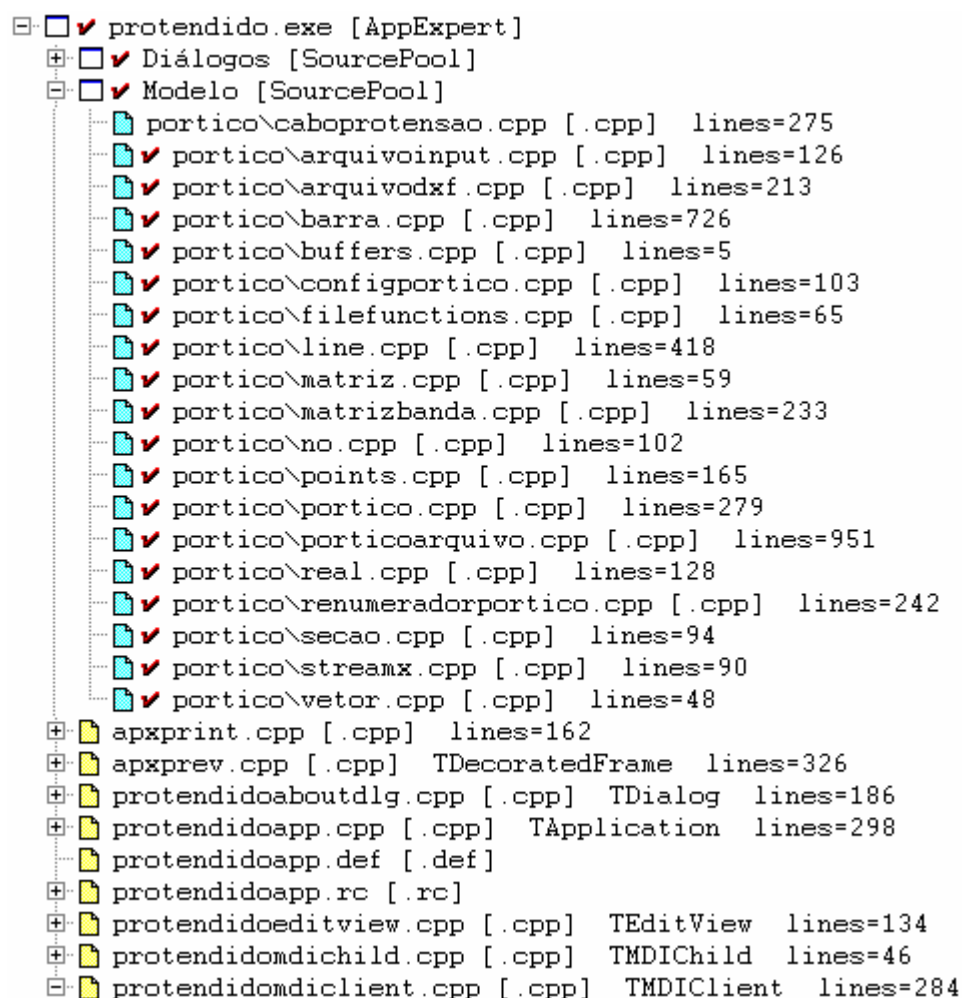


Figura 7.2 - Estrutura de classes do modelo da estrutura

Nas seções a seguir, serão apresentadas as partes principais do código implementado, sendo que as classes que contém as prescrições relacionadas diretamente ao desenvolvimento do trabalho serão comentadas. As demais classes não foram modificadas em relação às rotinas de BANKI (1999) e podem ser consultadas diretamente em seu trabalho.

A.3 Classe Caboprotensao

A classe **caboprotensão.cpp** contém os métodos para gerenciamento das informações referentes aos vetores que representam cabos de protensão, tais como as funções de armazenamento e leitura no vetor dos valores das coordenadas, inclinações do cabo e os valores do esforço de protensão considerando as perdas de protensão. Os métodos desta classe têm, portanto, uma função mais “burocrática” no programa.

```
#ifndef __CABOPROTENSAO_H
#define __CABOPROTENSAO_H

#include "portico\n.h"
#include <classlib\arrays.h>
#include <vector>
using namespace std;

class CaboProtensao
{
public:
    CaboProtensao(int _num, No &_Noi, No &_Nof);
    CaboProtensao(int _num);
    ~CaboProtensao();
    void ModificaDados(No &_Noi, No &_Nof);
    CaboProtensao& operator =(const CaboProtensao& _outroCabo);
    int operator ==(const CaboProtensao& _outroCabo);
    virtual void CopiaDados(const CaboProtensao& _outroCabo);
    virtual CaboProtensao* CriaCopia();
    No& Noi() {return *_noi;}
    void Noi(No& _outroNo) { noi = &_outroNo; }
    No& Nof() {return *_nof;}
    void Nof(No& _outroNo) { nof = &_outroNo; }
    double NNoi() const { return noi->Numero(); }
    double NNof() const { return nof->Numero(); }
    int Numero() {return numero;}
    int retornaNumero();

    //vetorDeY
    void adicionaY(double _Y);
    void retiraElementoVetor(double _Y);
    double valorVetorDeY(int _pos);
    int tamanhoVetorDeY();

    //vetordYdX
    void adicionadYdX(double _dYdX);
    void retiraElementoVetordYdX(double _dYdX);
    double valorVetordYdX(int _pos);
    int tamanhoVetordYdX();

    //Patrão
    void adicionaAtrito(double _atrato);
    void adicionaAtrito_Esquerda(double _atrato);
    void adicionaAtrito_Direita(double _atrato);
    void adicionaAlfaBarra(double _alfaBarra);
    void adicionaPancoragem(double _pancoragem);
    void adicionaPancoragem_Esquerda(double _pancoragem);
    void adicionaPancoragem_Direita(double _pancoragem);
    void adicionaPencurtamento(double _pencurtamento);
    void adicionaPencurtamento_Esquerda(double _pencurtamento);
    void adicionaPencurtamento_Direita(double _pencurtamento);
    void adicionaPprogressiva(double _pprogressiva);
    void adicionaPprogressiva_Esquerda(double _pprogressiva);
    void adicionaPprogressiva_Direita(double _pprogressiva);
    void retiraElementoAtrito(double _atrato);
    double valorAlfaBarra(int _no);
};
```

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

```

double valorPatrito(int _pos);
double valorPatrito_Esquerda(int _pos);
double valorPatrito_Direita(int _pos);
double valorPancoragem(int _pos);
double valorPancoragem_Esquerda(int _pos);
double valorPancoragem_Direita(int _pos);
double valorPencurtamento(int _pos);
double valorPencurtamento_Esquerda(int _pos);
double valorPencurtamento_Direita(int _pos);
double valorPprogressiva(int _pos);
double valorPprogressiva_Esquerda(int _pos);
double valorPprogressiva_Direita(int _pos);

int tamanhoPatrito();

//Esforços nos nos do Cabo
void adicionaPeq(double _Peq);
void adicionaVeq(double _Veq);
void adicionaMeq(double _Meq);
double valorPeq(int _no);
double valorVeq(int _no);
double valorMeq(int _no);

protected:
int numero;
No *noi;
No *nof;
vector<double> vetorDeY;
vector<double> vetordYdX;
vector<double> Patrito;
vector<double> Patrito_Direita;
vector<double> Patrito_Esquerda;
vector<double> AlfaBarra;
vector<double> Pancoragem;
vector<double> Pancoragem_Esquerda;
vector<double> Pancoragem_Direita;
vector<double> Pencurtamento;
vector<double> Pencurtamento_Esquerda;
vector<double> Pencurtamento_Direita;
vector<double> Pprogressiva;
vector<double> Pprogressiva_Esquerda;
vector<double> Pprogressiva_Direita;

};

//-----

#define VetorCabosProtensao TIArrayAsVector<CaboProtensao>
#define VetorCabosProtensaoIterator TIArrayAsVectorIterator<CaboProtensao>
//-----

#endif __CABOPROTENSAO_H

```

Construtor da classe, com o qual são inicializados os seus atributos

```

CaboProtensao::CaboProtensao(int num, No& Noi, No& Nof)
{
    noi = &_Noi;
    nof = &_Nof;
    numero = _num;
}

```

Construtor da classe com apenas o número de nós como parâmetro. Os atributos noi e nof serão atribuídos na leitura do arquivo de entrada de dados.

```
CaboProtensao::CaboProtensao(int _num)
{
    noi = NULL;
    nof = NULL;
    numero = _num;
}
```

Destrutor da classe. Libera o espaço alocado na memória.

```
CaboProtensao::~~CaboProtensao()
{
    for(int i=0; i < vetorDeY.size(); i++){
        vetorDeY.erase(vetorDeY.begin());
    }
    for(int i=0; i < vetordYdX.size(); i++){
        vetordYdX.erase(vetordYdX.begin());
    }
    for(int i=0; i < Patrito.size(); i++){
        Patrito.erase(Patrito.begin());
    }
    noi->~No();
    nof->~No();
}
```

Método que confere as referências aos atributos noi e nof.

```
void CaboProtensao::ModificaDados(No &Noi, No &Nof)
{
    noi = &_Noi;
    nof = &_Nof;
}
```

Operador de atribuição aos dados do cabo de protensão.

```
CaboProtensao& CaboProtensao::operator=(const CaboProtensao&
    outroCabo)
{
    CopiaDados(_outroCabo);
    return *this;
}
```

Operador que verifica a igualdade entre dois objetos da classe.

```
int CaboProtensao::operator==(const CaboProtensao& _outroCabo)
{
    if((Noi() == _outroCabo.Noi()) && (Nof() == _outroCabo.Nof()) &&
        (Numero() == _outroCabo.Numero())){
        return 0;
    }else{
        return 1;
    }
}
```

Método que iguala os atributos de dois objetos da classe.

```
void CaboProtensao::CopiaDados(const CaboProtensao& _outroCabo)
{
    noi = &_outroCabo.Noi();
    nof = &_outroCabo.Nof();
    numero = _outroCabo.numero;
    for(int i=1; i< _outroCabo.vetorDeY.size(); i++){
        vetorDeY.push_back(_outroCabo.vetorDeY[i]);
    }
    for(int i=1; i< _outroCabo.vetordYdX.size(); i++){
        vetordYdX.push_back(_outroCabo.vetordYdX[i]);
    }
    for(int i=1; i< _outroCabo.Patrito.size(); i++){
        Patrito.push_back(_outroCabo.Patrito[i]);
    }
}
```


Cria uma cópia deste objeto e retorna seu ponteiro.	<pre> CaboProtensao* CaboProtensao::CriaCopia() { CaboProtensao* copia = new CaboProtensao(numero); (*copia) = (*this); return copia; } </pre>
Adiciona as coordenadas Ycabo de cada nó do cabo de protensão no respectivo vetor.	<pre> void CaboProtensao::adicionaY(double Y) { vetorDeY.push_back(_Y); } </pre>
Retorna o valor de Ycabo referente ao no "_no". O vetor começa em Zero.	<pre> double CaboProtensao::valorVetorDeY(int no) { return vetorDeY[abs(noi->Numero() - _no)]; } </pre>
Retorna o tamanho do vetor que armazena as coordenadas Ycabo	<pre> int CaboProtensao::tamanhoVetorDeY() { return vetorDeY.size(); } </pre>
Adiciona os valores da inclinação do cabo no vetor contendo todas as inclinações.	<pre> void CaboProtensao::adicionaYdX(double dYdX) { vetordYdX.push_back(_dYdX); } </pre>
Retorna o valor da inclinação do cabo referente ao no "_no". O vetor começa em Zero.	<pre> double CaboProtensao::valorVetordYdX(int no) { return vetordYdX[abs(noi->Numero() - _no)]; } </pre>
Retorna o tamanho do vetor que armazena as inclinações do cabo.	<pre> int CaboProtensao::tamanhoVetordYdX() { return vetordYdX.size(); } </pre>
Adiciona os valores máximos do esforço de protensão contendo as perdas por atrito no respectivo vetor.	<pre> void CaboProtensao::adicionaAtrito(double atrito) { Patrito.push_back(_atrito); } </pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por atrito calculadas da esquerda para a direita no respectivo vetor.	<pre> void CaboProtensao::adicionaAtrito Esquerda(double atrito) { Patrito_Esquerda.push_back(_atrito); } </pre>

Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por atrito calculadas da direita para a esquerda no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaAtrito_Direita(double _atrito) { Patrito_Direita.push_back(_atrito); }</pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento da ancoragem calculadas da esquerda para a direita no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPancoragem_Esquerda(double _pancoragem) { Pancoragem_Esquerda.push_back(_pancoragem); }</pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento da ancoragem calculadas da direita para a esquerda no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPancoragem_Direita(double _pancoragem) { Pancoragem_Direita.push_back(_pancoragem); }</pre>
Adiciona os valores máximos do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento da ancoragem no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPancoragem(double _pancoragem) { Pancoragem.push_back(_pancoragem); }</pre>

Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento elástico calculadas da esquerda para a direita no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPencurtamento_Esquerda(double _pencurtamento) { Pencurtamento_Esquerda.push_back(_pencurtamento); }</pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento elástico calculadas da direita para a esquerda no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPencurtamento_Direita(double _pencurtamento) { Pencurtamento_Direita.push_back(_pencurtamento); }</pre>
Adiciona os valores máximos do esforço de protensão contendo as perdas por encurtamento elástico no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPencurtamento(double _pencurtamento) { Pencurtamento.push_back(_pencurtamento); }</pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas progressivas calculadas da esquerda para a direita no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPprogressiva_Esquerda(double _pprogressiva) { Pprogressiva_Esquerda.push_back(_pprogressiva); }</pre>
Adiciona os valores do esforço de protensão contendo as perdas progressivas calculadas da direita para a esquerda no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPprogressiva_Direita(double _pprogressiva) { Pprogressiva_Direita.push_back(_pprogressiva); }</pre>
Adiciona os valores máximos do esforço de protensão contendo as perdas progressivas no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaPprogressiva(double _pprogressiva) { Pprogressiva.push_back(_pprogressiva); }</pre>
Adiciona o valor da inclinação da barra (Alfabarra), calculada a partir da média das tangentes no nó, no respectivo vetor.	<pre>void CaboProtensao::adicionaAlfaBarra(double _alfaBarra) { AlfaBarra.push_back(_alfaBarra); }</pre>

Retorna o valor da inclinação média da barra (Alfa-barra). O vetor começa em Zero.	<pre>double CaboProtensao::valorAlfaBarra(int _no) { return AlfaBarra[abs(noi->Numero() - _no)]; }</pre>
Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por atrito finais. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPatrito(int _no) { return Patrito[abs(noi->Numero() - _no)]; }</pre>
Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por atrito calculadas da esquerda para a direita. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPatrito Esquerda(int _no) { return Patrito_Esquerda[abs(noi->Numero() - _no)]; }</pre>
Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por atrito calculadas da direita para esquerda. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPatrito Direita(int _no) { return Patrito_Direita[abs(nof->Numero() - _no)]; }</pre>
Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por encurtamento da ancoragem da esquerda para a direita. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPancoragem Esquerda(int _pos) { return Pancoragem_Esquerda[abs(noi->Numero() - _pos)]; }</pre>

<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por encurtamento da ancoragem da direita para a esquerda.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPancoragem Direita(int _pos) { return Pancoragem_Direita[abs(nof->Numero() - _pos)]; }</pre>
<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas finais por encurtamento da ancoragem.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPancoragem(int _pos) { return Pancoragem[abs(nof->Numero() - _pos)]; }</pre>
<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por encurtamento elástico da esquerda para a direita.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPencurtamento Esquerda(int _pos) { return Pencurtamento_Esquerda[abs(noi->Numero() - _pos)]; }</pre>
<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por encurtamento elástico da direita para a esquerda.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPencurtamento Direita(int _pos) { return Pencurtamento_Direita[abs(nof->Numero() - _pos)]; }</pre>
<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas por encurtamento elástico finais.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPencurtamento(int _pos) { return Pencurtamento[abs(noi->Numero() - _pos)]; }</pre>
<p>Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas progressivas da esquerda para a direita.</p> <p>O vetor está indexado por nó.</p>	<pre>double CaboProtensao::valorPprogressiva Esquerda(int _pos) { return Pprogressiva_Esquerda[abs(noi->Numero() - _pos)]; }</pre>

Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas progressivas da direita para a esquerda. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPprogressiva_Direita(int _pos) { return Pprogressiva_Direita[abs(nof->Numero() - _pos)]; }</pre>
Retorna o valor do esforço de protensão considerando as perdas progressivas finais. O vetor está indexado por nó.	<pre>double CaboProtensao::valorPprogressiva(int _pos) { return Pprogressiva[abs(noi->Numero() - _pos)]; }</pre>
Retorna o tamanho do vetor que contém os valores do esforço de protensão com as perdas por atrito	<pre>int CaboProtensao::tamanhoPatrito() { return Patrito.size(); }</pre>
Retorna o número do cabo de protensão que está sendo percorrido na iteração corrente	<pre>int CaboProtensao::retornaNumero() { return numero; }</pre>

A.4 Classe Barra

A classe **barra.cpp** contém alguns dos métodos para resolução do pórtico plano, para as propriedades geométricas da seção transversal e das barras, as ações de engastamento perfeito e as ações externas atuantes na estrutura, incluindo as ações devidas à protensão.

```
#ifndef __BARRA_H
#define __BARRA_H

#include "portico\CaboProtensao.h"
#include <math.h>
#include <vector>
using namespace std;

class _import ArquivoDXF;
class _import MatrizBarra;
class _import No;
class _import Point;
```

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

```

class _import SecaoTransversal;

//-----
typedef enum { ESF_AXIAL_I=1, ESF_CORTANTE_I, ESF_FLETOR_I, ESF_AXIAL_F,
               ESF_CORTANTE_F, ESF_FLETOR_F } TEsforco;

typedef enum { DX_I=1, DY_I, RZ_I, DX_F, DY_F, RZ_F } TDeslocamentoBarra;
//-----

class Barra
{
public:
    Barra();
    Barra(No& _noInicial, No& _noFinal, int _numero = 0);
    Barra& operator =(const Barra& outraBarra);
    int operator ==(const Barra& outraBarra);
    virtual void CopiaDados(const Barra& outraBarra);
    virtual Barra* CriaCopia();
    virtual ~Barra();

    // funções de acesso aos dados
    int Numero() const { return numero; }
    void Numero(int _numero) { numero = _numero; }

    No& NoInicial() { return *noInicial; }
    void NoInicial(No& _no) { noInicial = &_no; }
    No& NoFinal() { return *noFinal; }
    void NoFinal(No& _no) { noFinal = &_no; }

    SecaoTransversal* Secao() { return secas; }
    void Secao(SecaoTransversal* _secas) { secas = _secas; }

    float Carga() const { return carga; }
    void Carga(double valor) { carga = valor; }

    //Funcoes para a entrada de dados novos
    double Area();
    double Inercia();
    double YCG();
    double YInf();
    double YSup();
    double ICG();
    double WInf();
    double WSup();

    float Extensao() const;
    bool Vertical();
    double Angulo();

    float Esforco(TEsforco indice) { return esforco[indice]; }
    void Esforco(TEsforco indice, float valor){ esforco[indice]=valor; }

    float AcoesEngPerf(TEsforco indice) { return acoesEngPerf[indice]; }
    void AcoesEngPerf(TEsforco indice, float valor){ acoesEngPerf[indice]=valor; }

    float Deslocamento(TDeslocamentoBarra indice) { return deslocamento[indice]; }
    void Deslocamento(TDeslocamentoBarra indice, float valor){ deslocamento[indice]=valor; }

    // funções de montagem da matriz de rigidez
    int GlGlobal(int glLocal);
    void PreencheAcoesEngPerf(double *ae);
    void ObtemEsforcos(double *dj);
    void MatrizDeRigidezGlobal(MatrizBarra *sm,bool rotacionar=true);

    void DeformadaDXF(ArquivoDXF *dxf, float ampliacao);
    void MomentoDXF(ArquivoDXF *dxf, float ampliacao);

    //funções para o Cabo de Protensao
    VetorCabosProtensao &CabosProtensao() { return *cabosProtensao; }
    const VetorCabosProtensao &CabosProtensao() const { return *cabosProtensao; }
    int NCabos() { return cabosProtensao->GetItemsInContainer();}
    void insereCabo(CaboProtensao *_cabo);

```

```

int NumeroDoCabo(int _cabo) { return (*cabosProtensao)[_cabo]->Numero(); }
double AlfaBarra(int _cabo) { return alfaBarra[_cabo]; }
double PeqInicial(int _cabo) { return peqInicial[_cabo]; }
double PeqAtrito(int _cabo) { return peqAtrito[_cabo]; }
double PeqAncoragem(int _cabo) { return peqAncoragem[_cabo]; }
double PeqEncurtamento(int _cabo) { return peqEncurtamento[_cabo]; }
double PeqProgressiva(int _cabo) { return peqProgressiva[_cabo]; }
double DifAlfaBarra(int _cabo) { return difAlfaBarra[_cabo]; }
double CargaEquivalente() { return cargaEq; }

//Cargas Concentradas Equivalentes
double DeltaPeqInicial(int _cabo) {return deltaPeqInicial[_cabo];}
double DeltaVeqInicial(int _cabo) {return deltaVeqInicial[_cabo]; }
double DeltaMeqInicial(int _cabo) {return deltaMeqInicial[_cabo];}
double DeltaPeqAtrito(int _cabo) {return deltaPeqAtrito[_cabo];}
double DeltaVeqAtrito(int _cabo) {return deltaVeqAtrito[_cabo];}
double DeltaMeqAtrito(int _cabo) {return deltaMeqAtrito[_cabo];}
double DeltaPeq() {return deltaPeq;}
double DeltaVeq() {return deltaVeq;}
double DeltaMeq() {return deltaMeq;}

//Verificacao de tensoes na secao
double TensaoSup() {return tensaoSup;}
double TensaoInf() {return tensaoInf;}

//funcoes para a secao
void Calcula(float _Ap, float _Pinicial, float _Mi, VetorDeNos *nos, float _N, int _nCabo,
int PerdasConsideradas_atrito, int PerdasConsideradas_ancoragem, int PerdasConsideradas_
encurtamento,int PerdasConsideradas_progressivas, int InclinacaoCabo_Ancoragem); //usado para
calcular Area, Inercia,

protected:

// funções de montagem da matriz de rigidez
virtual void MontaAcoesEngPerf();
virtual void MatrizRigidezLocal(MatrizBarra *sm);
void LadoSimetrico(MatrizBarra *sm);
void MatrizTransformacao(MatrizBarra *matTrans,MatrizBarra *matTransposta);
void PassaParaGlobal(MatrizBarra *sm, bool rotacionar);

// funções de conversão para o sistema global
Point ValorParaCoordenada(float xLocal, float valor, float ampliacao);

// funções de acesso aos esforços internos
float Cortante(float x);
float Momento(float x);
float Giro(float x);
float Flecha(float x);
float DeslocamentoAxial(float x);

//funcoes para o novo portico
void CalculoCargasDistribuidas(float _Pinicial,int PerdasConsideradas_atrito, int PerdasCon-
sideradas_ancoragem, int PerdasConsideradas_encurtamento,int PerdasConsideradas_progressivas);
void CalculoCargasConcentradasEquivalentes(float _Pinicial,int PerdasConsideradas_atrito, int
PerdasConsideradas_ancoragem, int PerdasConsideradas_encurtamento,int PerdasConsidera-
das_progressivas,int InclinacaoCabo_Ancoragem);

private:

int numero;
VetorCabosProtensao *cabosProtensao;
vector<double> alfaBarra;
vector<double> peqInicial;
vector<double> peqAtrito;
vector<double> peqAncoragem;
vector<double> peqEncurtamento;
vector<double> peqProgressiva;
vector<double> difAlfaBarra;
double cargaEq;
No *noInicial,*noFinal;
SecaoTransversal *secao;
double carga; // carga distribuída
double acoesEngPerf[7]; // ações de engastamento perfeito

```

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO


```

double esforco[7];          // esforços internos (válido após cálculo)
double deslocamento[7];    // deslocamentos nodais (válido após cálculo)

//dados novos.
double area;
double Ycg;
double Yinf;
double Ysup;
double Icg;
double Winf;
double Wsup;

//Cargas Concentradas Equivalentes
vector<double> deltaPeqInicial;
vector<double> deltaVeqInicial;
vector<double> deltaMeqInicial;
vector<double> deltaPeqAtrito;
vector<double> deltaVeqAtrito;
vector<double> deltaMeqAtrito;
double deltaPeq;
double deltaVeq;
double deltaMeq;

//Verificacao de tensoes na secao
double tensaoSup;
double tensaoInf;

}; // Barra

```

Construtor default da classe Barra, que inicia com o valor zero e instancia o vetor de cabos de protensão.

```

Barra::Barra()
{
    for(int i =0 ; i < alfaBarra.size(); i--){
        alfaBarra.erase(alfaBarra.begin());
    }
    noInicial = noFinal = NULL;
    numero = 0;
    carga = 0;
    secao = NULL;
    cabosProtensao = new VetorCabosProtensao(10,1,5);

    memset(esforco, 0, 7 * sizeof(float));
    memset(acoasEngPerf, 0, 7 * sizeof(float));
    memset(deslocamento, 0, 7 * sizeof(float));
}

```

Construtor da barra que já recebe referências para os dois nós de apoio e instancia o vetor de cabos de protensão.

```

Barra::Barra(No& noInicial,No& noFinal,int numero)
{
    noInicial = &_noInicial;
    noFinal = &_noFinal;
    numero = _numero;
    carga = 0;
    secao = NULL;
    cabosProtensao = new VetorCabosProtensao(10,1,5);

    memset(esforco, 0, 7 * sizeof(float));
    memset(acoasEngPerf, 0, 7 * sizeof(float));
    memset(deslocamento, 0, 7 * sizeof(float));
}

```

Operador de cópia da barra. Permite atribuir os dados de uma barra para outra.

```

Barra& Barra::operator=(const Barra& outraBarra)
{
    CopiaDados(outraBarra);
    return *this;
}

```

Método auxiliar para cópia dos dados da barra. Pode ser redefinido virtualmente, caso se incluam dados em uma classe derivada.	<pre>void Barra::CopiaDados(const Barra& outraBarra) { numero = outraBarra.numero; noInicial = outraBarra.noInicial; noFinal = outraBarra.noFinal; carga = outraBarra.carga; secao = outraBarra.secao; for(int i=1; i<= NCabos(); i++){ cabosProtensao->Add((outraBarra.CabosProtensao())[i]); } memcpy(esforco, outraBarra.esforco, 7 * sizeof(float)); memcpy(acoessEngPerf, outraBarra.acoessEngPerf, 7 * sizeof(float)); memcpy(deslocamento, outraBarra.deslocamento, 7 * sizeof(float)); } </pre>
Retorna uma nova barra como cópia da barra corrente.	<pre>Barra* Barra::CriaCopia() { Barra* copia = new Barra(); (*copia) = (*this); return copia; } </pre>
Operador de comparação da classe barra.	<pre>int Barra::operator ==(const Barra& outraBarra) { return numero == outraBarra.numero && *noInicial == *(outraBarra.noInicial) && *noFinal == *(outraBarra.noFinal); } </pre>
Destrutor da classe barra.	<pre>double Barra::Area() { return area; } </pre>
Retorna a área da seção transversal.	<pre>double Barra::Inercia() { return Icg; } </pre>
Retorna o valor da altura do Centro de Gravidade em relação à base da seção.	<pre>double Barra::YCG() { return Ycg; } </pre>
Retorna o valor da altura do centro de gravidade à borda inferior da seção.	<pre>double Barra::YInf() { return Yinf; } </pre>
Retorna o valor da altura do centro de gravidade à borda superior da seção.	<pre>double Barra::YSup() { return Ysup; } </pre>

Retorna o valor do momento de inércia da seção	<pre>double Barra::ICG() { return Icg; }</pre>
Retorna o valor do módulo resistente inferior da seção.	<pre>double Barra::WInf() { return Winf; }</pre>
Retorna o valor do módulo resistente superior da seção.	<pre>double Barra::WSup() { return Wsup; }</pre>
Retorna o valor do comprimento da barra.	<pre>float Barra::Extensao() const { return noInicial->Distance(*noFinal); }</pre>
Retorna um valor verdadeiro se os dois nós possuem aproximadamente o mesmo valor de X, caracterizando que a barra é vertical.	<pre>bool Barra::Vertical() { return (fabs(noFinal().X() - noInicial().X()) < 0.01); }</pre>
Retorna o ângulo da barra em relação ao sistema de coordenadas globais.	<pre>double Barra::Angulo() { float xi = noInicial->X(); float yi = noInicial->Y(); float xf = noFinal->X(); float yf = noFinal->Y(); double ang = 0; double pi = acos(-1.0); if (xf > xi && yf == yi) ang = 0; if (xf < xi && yf == yi) ang = pi; if (xf == xi && yf > yi) ang = pi/2; if (xf == xi && yf < yi) ang = 3*pi/2; if (xf > xi && yf > yi) ang = atan((yf - yi) / (xf - xi)); if (xf < xi && yf > yi) ang = pi - atan((yf - yi) / (xf - xi)); if (xf < xi && yf < yi) ang = pi + atan((yf - yi) / (xf - xi)); if (xf > xi && yf < yi) ang = 2*pi - atan((yf - yi) / (xf - xi)); return ang; }</pre>

Método privado que retorna o número do grau de liberdade global referente a um grau de liberdade local. Utilizado para preencher corretamente o vetor de forças

```
int Barra::GlGlobal(int glLocal)
{
    int jj = NoInicial().Numero(),
        jk = NoFinal().Numero();

    int im[7];
    for (int j = 1; j <= 3; j++)
        im[j] = 3 * jj - (3-j);
    for (int j = 1; j <= 3; j++)
        im[j + 3] = 3 * jk - (3-j);

    return im[glLocal];
}
```

Método para o cálculo das ações de engastamento perfeito.

```
void Barra::MontaAcoesEngPerf()
{
    acoesEngPerf[ESF_AXIAL_I] = 0;
    acoesEngPerf[ESF_CORTANTE_I] = carga * Extensao() / 2;
    acoesEngPerf[ESF_FLETOR_I] = carga * pow(Extensao(), 2) / 12;
    acoesEngPerf[ESF_AXIAL_F] = 0;
    acoesEngPerf[ESF_CORTANTE_F] = carga * Extensao() / 2;
    acoesEngPerf[ESF_FLETOR_F] = -carga * pow(Extensao(), 2) / 12;
}
```

Método que recebe o vetor de forças global AE e acrescenta a esses os esforços de imobilização.

```
void Barra::PreencheAcoesEngPerf(double *ae)
{
    // Atualiza vetor de ações de engastamento perfeito
    MontaAcoesEngPerf();

    // Passa para o sistema global
    MatrizBarra *matTrans = new MatrizBarra();
    MatrizBarra *matTransposta = new MatrizBarra();
    MatrizTransformacao(matTrans, matTransposta);
    for (int lin=1; lin<=6; lin++) {
        for (TEsforco col=ESF_AXIAL_I; col<=ESF_FLETOR_F; col++)
            ae[GlGlobal(lin)] += (*matTransposta)[lin][col] * acoesEngPerf[col];
    }

    delete matTrans;
    delete matTransposta;
}
```

Retorna a matriz de rigidez da barra. Caso o parâmetro "rotacionar" seja verdadeiro, retorna os valores referenciados ao sistema de coordenadas globais; caso contrário, ao sistema local.

```
void Barra::MatrizDeRigidezGlobal(MatrizBarra *mat, bool rotacionar)
{
    MatrizRigidezLocal(mat);
    LadoSimetrico(mat);
    PassaParaGlobal(mat, rotacionar);
}
```

Preenche a matriz com os

```
void Barra::MatrizRigidezLocal(MatrizBarra *matLocal)
```

termos de rigidez referentes ao sistema de coordenadas local (apenas a triangular superior). Este método representa a formulação da matriz de rigidez.

```
{
    float i = Inercia();
    float e = secao->ModuloE();
    float a = Area();
    float l = Extensao();
    (*matLocal)[1][1] = e * a / l;
    (*matLocal)[1][4] = -(*matLocal)[1][1];
    (*matLocal)[2][2] = 12 * e * i / pow(l,3);
    (*matLocal)[2][3] = 6 * e * i / pow(l,2);
    (*matLocal)[2][5] = -(*matLocal)[2][2];
    (*matLocal)[2][6] = (*matLocal)[2][3];
    (*matLocal)[3][3] = 4 * e * i / l;
    (*matLocal)[3][5] = -(*matLocal)[2][3];
    (*matLocal)[3][6] = 2 * e * i / l;
    (*matLocal)[4][4] = (*matLocal)[1][1];
    (*matLocal)[5][5] = (*matLocal)[2][2];
    (*matLocal)[5][6] = -(*matLocal)[2][3];
    (*matLocal)[6][6] = (*matLocal)[3][3];
}
```

```
void Barra::ObtemEsforcos(double *dj)
```

Recebe como parâmetro o vetor de deslocamentos nodais calculados e obtém a partir destes os esforços nodais das barras

Atualiza vetor de deslocamentos referidos ao sistema local.

Cálculo das tensões para verificação das condições de serviço da viga.

```
void Barra::ObtemEsforcos(double *dj)
{
    MatrizBarra *smrt = new MatrizBarra();
    MatrizBarra *matTrans = new MatrizBarra();
    MatrizBarra *matTransposta = new MatrizBarra();
    MatrizTransformacao(matTrans, matTransposta);
    MatrizDeRigidezGlobal(smrt);

    double aux[7];
    for (TEsforco j = ESF_AXIAL_I; j <= ESF_FLETOR_F; j++) {
        aux[j] = 0;
        for (int k = 1; k <= 6; k++) {
            int i1 = G1Global(k);
            aux[j] = aux[j] + (*smrt)[j][k] * dj[i1];
        }
    }
    for (TEsforco j = ESF_AXIAL_I; j <= ESF_FLETOR_F; j++) {
        double amd[7];
        amd[j] = 0;
        for (int k = 1; k <= 6; k++)
            amd[j] = amd[j] + (*matTrans)[j][k] * aux[k];

        Esforco(j, -acoesEngPerf[j] + amd[j]);
    }

    for (TDeslocamentoBarra j = DX_I; j <= RZ_F; j++) {
        deslocamento[j] = 0;
        for (TDeslocamento k = DX; k <= RZ; k++)
            deslocamento[j] += (*matTrans)[j][k] * noInicial-
>Deslocamento(k);
        for (TDeslocamento k = DX; k <= RZ; k++)
            deslocamento[j] += (*matTrans)[j][k+3] * noFinal-
>Deslocamento(k);
    }

    tensaoSup = (Esforco(ESF_AXIAL_I)/area) + (Esfor-
co(ESF_FLETOR_F)*Ysup)/Icg;
    tensaoInf = (Esforco(ESF_AXIAL_I)/area) + (Esfor-
co(ESF_FLETOR_F)*Yinf)/Icg;

    delete smrt;
    delete matTrans;
    delete matTransposta;
}
```

Preenche o lado simétrico da matriz de rigidez.

```
void Barra::LadoSimetrico(MatrizBarra *matLocal)
{
    for (int i=2; i<=6; i++)
        for (int j=1; j < i; j++)
            (*matLocal)[i][j] = (*matLocal)[j][i];
}
```

Preenche a Matriz Transformação de coordenadas e a sua transposta.

```
void Barra::MatrizTransformacao(MatrizBarra *matTrans, MatrizBarra *matTransposta)
{
    (*matTrans)[1][1] = cos(Angulo());
    (*matTrans)[1][2] = sin(Angulo());
    (*matTrans)[2][1] = -(*matTrans)[1][2];
    (*matTrans)[2][2] = (*matTrans)[1][1];
    (*matTrans)[3][3] = 1;
    (*matTrans)[4][4] = (*matTrans)[1][1];
    (*matTrans)[4][5] = (*matTrans)[1][2];
    (*matTrans)[5][4] = -(*matTrans)[1][2];
    (*matTrans)[5][5] = (*matTrans)[1][1];
    (*matTrans)[6][6] = 1;

    for (int i=1; i<=6; i++) {
        for (int j=1; j <=6; j++) {
            (*matTransposta)[i][j] = (*matTrans)[j][i];
        }
    }
}
```

Converte a matriz informada como parâmetro para o sistema de coordenadas global.

```
void Barra::PassaParaGlobal(MatrizBarra *sm, bool rotacionar)
{
    MatrizBarra *mataux = new MatrizBarra();
    MatrizBarra *matTrans = new MatrizBarra();
    MatrizBarra *matTransposta = new MatrizBarra();

    MatrizTransformacao(matTrans, matTransposta);

    for (int c=1; c<=6; c++) {
        for (int d=1; d <=6; d++) {
            (*mataux)[c][d] = 0;
            for (int f=1; f <=6; f++) {
                (*mataux)[c][d] = (*mataux)[c][d] + ((*matTransposta)[c][f] *
                (*sm)[f][d]);
            }
        }
    }

    for (int c=1; c<=6; c++) {
        for (int d=1; d <=6; d++) {
            if (rotacionar) {
                (*sm)[c][d] = 0;
                for (int f=1; f <=6; f++) {
                    (*sm)[c][d] = (*sm)[c][d] + ((*matTrans)[f][d] *
                    (*mataux)[c][f]);
                }
            }
            else
                (*sm)[c][d] = (*mataux)[c][d];
        }
    }

    delete mataux;
    delete matTrans;
    delete matTransposta;
}
```

Retorna o valor do esforço cortante na posição "x" da barra.

```
float Barra::Cortante(float x)
{
    float v0 = Esforco(ESF_CORTANTE_I);
    float q = carga;
    float v = v0 + q*x;
    return v;
}
```

Retorna o valor do momento fletor na posição “x” da barra.	<pre>float Barra::Momento(float x) { float m0 = -Esforco(ESF_FLETOR_I); float v0 = Esforco(ESF_CORTANTE_I); float q = carga; float m = m0 + v0*x + q*x*x/2; return m; }</pre>
Retorna o valor do giro na posição “x” da barra.	<pre>float Barra::Giro(float x) { float fi0 = deslocamento[RZ_I]; float m0 = -Esforco(ESF_FLETOR_I); float v0 = Esforco(ESF_CORTANTE_I); float q = carga; float EI = Inercia() * secao->ModuloE(); float fi = fi0 + (m0*x + v0*pow(x,2)/2 + q*pow(x,3)/6)/EI; return fi; }</pre>
Retorna o valor da flecha na posição “x” da barra.	<pre>float Barra::Flecha(float x) { Line retaBarra(*noInicial, *noFinal); float f0 = deslocamento[DY_I]; float fi0 = deslocamento[RZ_I]; float m0 = -Esforco(ESF_FLETOR_I); float v0 = Esforco(ESF_CORTANTE_I); float q = carga; float EI = Inercia() * secao->ModuloE(); float f = f0 + fi0*x + (m0*pow(x,2)/2 + v0*pow(x,3)/6 + q*pow(x,4)/24)/EI; return f; }</pre>
Retorna o valor do deslocamento axial na posição “x” da barra.	<pre>float Barra::DeslocamentoAxial(float x) { float d0 = deslocamento[DX_I]; float df = deslocamento[DX_F]; float d = d0 + (df-d0)*x/Extensao(); return d; }</pre>
Dado um valor a ser plotado e a posição X local da barra onde este ocorre, retorna o ponto equivalente no espaço.	<pre>Point Barra::ValorParaCoordenada(float xLocal, float valor, float ampliacao) { Line retaBarra(*noInicial, *noFinal); Point pBarra = noInicial->PontoIntermediario(*noFinal, xLocal/Extensao()); Line retaValor = retaBarra.ParallelLine(valor*ampliacao); Point pValor = retaValor.Projection(pBarra); return pValor; }</pre>

Método para traçado da deformada da estrutura em formato DXF.

```
void Barra::DeformadaDXF(ArquivoDXF *dxf, float ampliacao)
{
    float width = 10.0;
    if (Flecha(Extensao()) == deslocamento[DX_F]) { // corresponde à
    equação
        int nDiv = 20;
        float dx = Extensao() / nDiv;
        Point pY1 = noInicial->PFinal(ampliacao);

        for (int i=1; i<= nDiv; i++) {
            float xLocal = i*dx;
            float xLocalCorrigido = xLocal + DeslocamentoAxi-
al(xLocal)*ampliacao;
            float giro = Giro(xLocal);
            float flecha = Flecha(xLocal);
            Point pX2 = ValorParaCoordenada(xLocalCorrigido, 0, 0);
            Point pY2 = ValorParaCoordenada(xLocalCorrigido, flecha, amplia-
cao);
            pY2.Rotate(giro, pX2);
            dxf->Line(pY1,pY2,width);
            pY1 = pY2;
        }
    }
    else
        dxf->Line(noInicial->PFinal(ampliacao),noFinal-
>PFinal(ampliacao),width);
}
```

Método para traçado do diagrama de momentos fletores da estrutura em formato DXF.

```
void Barra::MomentoDXF(ArquivoDXF *dxf, float ampliacao)
{
    int nDiv = carga == 0 ? 1 : 20;
    float dx = Extensao() / nDiv;
    Point pX1 = *noInicial;
    Point pY1 = ValorParaCoordenada(0, -Momento(0), ampliacao);
    dxf->CorCorrente(7);
    dxf->Line(pX1,pY1);

    for (int i=1; i<= nDiv; i++) {
        float xLocal = i*dx;
        float mi = -Momento(xLocal);
        Point pX2 = ValorParaCoordenada(xLocal, 0, 0);
        Point pY2 = ValorParaCoordenada(xLocal, mi, ampliacao);
        dxf->CorCorrente(BYLAYER);
        dxf->Solid(pX1, pY1, pX2, pY2);
        dxf->CorCorrente(7);
        dxf->Line(pY1,pY2);
        pX1 = pX2;
        pY1 = pY2;
    }
    dxf->Line(pY1,*noFinal);
} //MomentoDXF
```

Método que adiciona o cabo de protensão na barra.

```
void Barra::insereCabo(CaboProtensao *_cabo)
{
    bool ok = true;
    for(int i=1; i<=NCabos(); i++){
        if(_cabo->retornaNumero() == (*cabosProtensao)[i]-
>retornaNumero()){
            ok = false;
        }
    }
    if(ok){
        cabosProtensao->Add(_cabo);
    }
}
```

Cálculo das Propriedades Geométricas da seção.

Área da seção transversal.

Cálculo da posição do CG de cada subregião e do cabo equivalente.

Obtém o número de cabos de protensão que ocorrem nesta seção da viga

Obtém a altura do CG de cada subregião.

Cálculo dos momentos estáticos da seção transversal Homogeneizada.

Cálculo da posição do CG da seção transversal Homogeneizada.

```
void Barra::Calcula(float _Ap, float _Pinicial, float _Mi, VetorDeNos
*nos, float _N, int _nCabos, int PerdasConsideradas_atrito, int Per-
dasConsideradas_ancoragem, int PerdasConsideradas_encurtamento, int
PerdasConsideradas_progressivas, int InclinacaoCabo Ancoragem)
```

```
{
    double Ar1 = (secao->X(4) - secao->X(12))*(secao->Y(8) - secao-
>Y(1));
    double Ar2 = 2*(secao->X(7) - secao->X(5))*(secao->Y(7) - secao-
>Y(6));
    double Ar3 = (secao->X(6) - secao->X(5))*(secao->Y(6) - secao-
>Y(5));
    double Ar4 = (secao->X(3) - secao->X(4))*(secao->Y(4) - secao-
>Y(3));
    double Ar5 = 2*(secao->X(3) - secao->X(4))*(secao->Y(3) - secao-
>Y(2));
    double Ar6 = _Ap*( _N-1)*(NCabos());
    area = Ar1 + Ar2 + Ar3 + Ar4 + Ar5 + Ar6;
```

```
    double Yr1 = (secao->Y(8) - secao->Y(1))/2;
    double Yr2 = (secao->Y(8) - secao->Y(1)) - (secao->Y(7) - secao-
>Y(6))/2;
    double Yr3 = (secao->Y(6) - secao->Y(1)) - (secao->Y(6) - secao-
>Y(5))/3;
    double Yr4 = secao->Y(3) + (secao->Y(4) - secao->Y(3))/3;
    double Yr5 = (secao->Y(3) - secao->Y(2))/2;
    double Soma =0;
```

```
float NCabosSessao = NCabos();
```

```
for(int i=1; i<=NCabos();i++){
    int tempCNoi = (*cabosProtensao)[i]->NNoi();
    int tempCNof = (*cabosProtensao)[i]->NNof();
    int tempBNoi = noInicial->Numero();
    int tempBNof = noFinal->Numero();
    double tempR1 = 0;
    double tempR2 = 0;
    tempR1 = (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(tempBNoi);
    //if((tempBNof >= tempCNoi)&&(tempBNof <= tempCNof)){
    tempR2 = (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(tempBNof);
    Soma += (tempR1 + tempR2)/2;
}
if(NCabosSessao == 0){
    NCabosSessao = 0.00000001;
}
float Yr6 = Soma/NCabosSessao;
```

```
double AYr1 = Ar1*Yr1;
double AYr2 = Ar2*Yr2;
double AYr3 = Ar3*Yr3;
double AYr4 = Ar4*Yr4;
double AYr5 = Ar5*Yr5;
double AYr6 = Ar6*Yr6;
double AY = AYr1 + AYr2 + AYr3 + AYr4 + AYr5 + AYr6;
```

```
Ycg = AY/area;
Yinf = -Ycg;
Ysup = secao->Y(8) - secao->Y(1) + Yinf;
```

Cálculo do momento de inércia em relação a base de cada subregião.

(Continua)

```
double I0r1 = (secao->X(4) - secao->X(12))*(secao->Y(8) - secao->Y(1))*(secao->Y(8) - secao->Y(1))/12;
double I0r2 = 2*(secao->X(6) - secao->X(5))*(secao->Y(7) - secao->Y(6))*(secao->Y(7) - secao->Y(6))/12;
double I0r3 = 2*(secao->X(6) - secao->X(5))*(secao->Y(6) - secao->Y(5))*(secao->Y(6) - secao->Y(5))/36;
double I0r4 = 2*(secao->X(3) - secao->X(4))*(secao->Y(4) - secao->Y(3))*(secao->Y(4) - secao->Y(3))/36;
double I0r5 = 2*(secao->X(3) - secao->X(4))*(secao->Y(3) - secao->Y(2))*(secao->Y(3) - secao->Y(2))/12;
double I0r6 = (NCabos() * (_N-1) * _Ap * _Ap) / (4 * 3.14159265);
```

Cálculo do momento de inércia da seção.

```
Soma = 0;
for(int i=1; i<=NCabos();i++){
    int tempCNoi = (*cabosProtensao)[i]->NNoi();
    int tempCNoF = (*cabosProtensao)[i]->NNof();
    int tempBNoi = noInicial->Numero();
    int tempBNoF = noFinal->Numero();
    double tempR1 = 0;
    double tempR2 = 0;
    tempR1 = (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(tempBNoi);
    tempR2 = (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(tempBNoF);
    Soma += (Ycg - (tempR1 + tempR2)/2) * (Ycg - (tempR1 + tempR2)/2);
}
double Icg1 = I0r1 + Ar1*(Yr1-Ycg)*(Yr1-Ycg);
double Icg2 = I0r2 + Ar2*(Yr2-Ycg)*(Yr2-Ycg);
double Icg3 = I0r3 + Ar3*(Yr3-Ycg)*(Yr3-Ycg);
double Icg4 = I0r4 + Ar4*(Yr4-Ycg)*(Yr4-Ycg);
double Icg5 = I0r5 + Ar5*(Yr5-Ycg)*(Yr5-Ycg);
double Icg6 = I0r6 + (_N-1)*_Ap*Soma;
Icg = Icg1 + Icg2 + Icg3 + Icg4 + Icg5 + Icg6;
```

Cálculo do momento resistente da seção.

```
Winf = Icg/Yinf;
Wsup = Icg/Ysup;
CalculoCargasDistribuidas(_Pinicial, PerdasConsideradas_atrito,
PerdasConsideradas_ancoragem, PerdasConsideradas_encurtamento, PerdasConsideradas_progressivas);
CalculoCargasConcentradasEquivalentes(_Pinicial, PerdasConsideradas_atrito, PerdasConsideradas_ancoragem,
PerdasConsideradas_encurtamento, PerdasConsideradas_progressivas, InclinacaoCabo_Ancoragem);
Ar6 = 0;
}
```

Cálculo das cargas equivalentes distribuídas de protensão considerando todas as perdas de protensão.

```

void Barra::CalculoCargasDistribuidas(float _Pinicial,int PerdasConsideradas_atrito, int Perdas-
Consideradas ancoragem, int PerdasConsideradas encurtamento,int PerdasConsideradas progressivas)
{
    cargaEq = 0;
    for(int i=1 ; i<=NCabos(); i++){
        double temp = (*cabosProtensao)[i]->valorAlfaBarra(noInicial->Numero());
        double temp10 = (*cabosProtensao)[i]->valorAlfaBarra(noFinal->Numero());
        double tempmedia = (temp10 - temp);

        difAlfaBarra.push_back(tempmedia);

        double temp2;
        if((noFinal->X() - noInicial->X())==0){
            temp2 = MAXDOUBLE;
        }else{
            temp2 = 2* (noFinal->X() - noInicial->X());
        }
        peqInicial.push_back(_Pinicial*2*tempmedia/temp2);
        double A = ((*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noInicial->Numero()) - _Pinicial);
        double B = ((*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noFinal->Numero()) - _Pinicial);
        peqAtrito.push_back(PerdasConsideradas_atrito*(A+B)*tempmedia/temp2);
        double CC = ((*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noInicial->Numero()) -
(*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noInicial->Numero()));
        double DD = ((*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noFinal->Numero()) - (*cabosProtensao)[i]-
>valorPatrito(noFinal->Numero()));
        peqAncoragem.push_back(PerdasConsideradas_ancoragem*(CC+DD)*tempmedia/temp2);
        double EE = ((*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noInicial->Numero()) -
(*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noInicial->Numero()));
        double FF = ((*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noFinal->Numero()) -
(*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noFinal->Numero()));
        peqEncurtamento.push_back(PerdasConsideradas_encurtamento*(EE+FF)* tempmedia/temp2);
        double GG = ((*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(noInicial->Numero()) -
(*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noInicial->Numero()));
        double HH = ((*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(noFinal->Numero()) -
(*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noFinal->Numero()));
        peqProgressiva.push_back(PerdasConsideradas_progressivas*(GG+HH)* tempmedia/temp2);

        cargaEq += peqInicial[i-1] + peqAtrito[i-1] + peqAncoragem[i-1]+ peqEncurtamento[i-1]+ peq-
Progressiva[i-1];
    }
    carga += cargaEq;
}

```

Cálculo das cargas equivalentes concentradas de protensão considerando todas as perdas de protensão.

```

void Barra::CalculoCargasConcentradasEquivalentes(float _Pinicial,int PerdasConsideradas_atrito,
int PerdasConsideradas_ancoragem, int PerdasConsideradas_encurtamento, int PerdasConsidera-
das progressivas, int InclinacaoCabo_Ancoragem)
{
    deltaPeq = 0;
    deltaMeq = 0;
    deltaVeq = 0;
    double A = 0;
    double D = 0;
    double E = 0;
    double G = 0;
    double H = 0;
    double noF = 0;
    double noI = 0;
    double B = 0;
    double F = 0;
    double CC = 0;
    double DD = 0;
    double EE = 0;
    double FF = 0;
    double GG = 0;
    double HH = 0;
    double B1 = 0;
    double DD1 = 0;
    double FF1 = 0;
    double HH1 = 0;
    double AnguloInicial = 0;

    //deltaPeqInicial.push_back(0);
    for(int i=1; i<=NCabos();i++){
        A = ((*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noInicial->Numero()) - _Pinicial);
        B = ((*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noFinal->Numero()) - _Pinicial);
        B1 = ((*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(noFinal->Numero()+1) - _Pinicial);
        CC = ((*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noInicial->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPatrito(noInicial->Numero())));
        DD = ((*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noFinal->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPatrito(noFinal->Numero())));
        DD1 = ((*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(noFinal->Numero()+1) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPatrito(noFinal->Numero()+1)));
        EE = ((*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noInicial->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPancoragem(noInicial->Numero())));
        FF = ((*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noFinal->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPancoragem(noFinal->Numero())));
        FF1 = ((*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(noFinal->Numero()+1) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPancoragem(noFinal->Numero()+1)));
        GG = ((*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(noInicial->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPencurtamento(noInicial->Numero())));
        HH = ((*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(noFinal->Numero()) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPencurtamento(noFinal->Numero())));
        HH1 = ((*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(noFinal->Numero()+1) - ((*cabosProtensao)[i]-
>valorPencurtamento(noFinal->Numero()+1)));
        noF = (*cabosProtensao)[i]->NNof();
        noI = (*cabosProtensao)[i]->NNoi();
        if(InclinacaoCabo_Ancoragem == 0){
            AnguloInicial = 0;
        }else{
            AnguloInicial = (*cabosProtensao)[i]->valorAlfaBarra(noInicial->Numero());
        }

        if(noInicial->Numero() == noI){
            double Peq = (_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(A) + PerdasConsidera-
das_ancoragem*(CC) + PerdasConsideradas_encurtamento*EE + PerdasConsideradas_progressivas*GG) *
cos(AnguloInicial);
            double Veq = (_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(A) + PerdasConsidera-
das_ancoragem*(CC) + PerdasConsideradas_encurtamento*EE + PerdasConsideradas_progressivas*GG) *
sin(AnguloInicial);
            double Meq = Peq * (Ycg - (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(noInicial->Numero()));
        }
    }
}

```

```

(contínua)
    noInicial->Feq(DX,Peq + noInicial->Feq(DX));
    noInicial->Carga(DX,noInicial->Carga(DX) + Peq);
    noInicial->Feq(DY,Veq + noInicial->Feq(DY));
    noInicial->Carga(DY,noInicial->Carga(DY) + Veq);
    noInicial->Feq(RZ,Meq + noInicial->Feq(RZ));
    noInicial->Carga(RZ,noInicial->Carga(RZ) + Meq);
}
if(noFinal->Numero()+1 <= noF){
    D = (_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(A) + PerdasConsideradas_ancoragem*(CC) + Per-
dasConsideradas_encurtamento*(EE) + PerdasConsideradas_progressivas*(GG));
    E = (_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(Bl) + PerdasConsideradas_ancoragem*(DD1) +
PerdasConsideradas_encurtamento*(FF1) + PerdasConsideradas_progressivas*(HH1));
    deltaPeqInicial.push_back((E - D)/2);
    deltaVeqInicial.push_back(((E - D)/2)*tan((*cabosProtensao)[i]->valorAlfaBarra(noFinal-
>Numero())));
    deltaMeqInicial.push_back(((E - D)/2)*(Ycg-(*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(noFinal-
>Numero())));

    }else{
    if(InclinacaoCabo_Ancoragem == 0){
        AnguloInicial = 0;
    }else{
        AnguloInicial = (*cabosProtensao)[i]->valorAlfaBarra(noFinal->Numero());
    }
    double Peq = -1 * ((_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(B) + PerdasConsidera-
das_ancoragem*(DD) + PerdasConsideradas_encurtamento*FF + PerdasConsideradas_progressivas*HH) *
cos(AnguloInicial));
    double Veq = -1 * ((_Pinicial + PerdasConsideradas_atrito*(B) + PerdasConsidera-
das_ancoragem*(DD) + PerdasConsideradas_encurtamento*FF + PerdasConsideradas_progressivas*HH) *
sin(AnguloInicial));
    double Meq = Peq * (Ycg - (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(noFinal->Numero()));
    deltaPeqInicial.push_back(Peq);
    deltaVeqInicial.push_back(Veq);
    deltaMeqInicial.push_back(Meq);

}

    deltaPeq += deltaPeqInicial[i-1];
    deltaVeq += deltaVeqInicial[i-1];
    deltaMeq += deltaMeqInicial[i-1];
}
noFinal->Feq(DX,deltaPeq);
noFinal->Carga(DX,noFinal->Carga(DX)+deltaPeq);
noFinal->Feq(DY,deltaVeq);
noFinal->Carga(DY,noFinal->Carga(DY)+deltaVeq);
noFinal->Feq(RZ,deltaMeq);
noFinal->Carga(RZ,noFinal->Carga(RZ)+deltaMeq);
}

```

A.5 Classe Porticoarquivo

A classe **Porticoarquivo.cpp** é responsável pela leitura dos arquivos de entrada de dados, leitura do arquivo de configurações, cálculo das variáveis globais da estrutura, e geração dos dados de saída, através dos relatórios e dos arquivos em formato DXF.

```

#ifndef __PORTICO_H
#define __PORTICO_H

#include <math.h>
#include "portico\no.h"
#include "portico\barra.h"
#include "portico\CaboProtensao.h"
#include "portico\secao.h"

class _import ArquivoInput;
class _import ofstream;
class _import MatrizBanda;

class Portico
{
public:
    Portico();
    virtual ~Portico();

    const VetorDeNos &Nos() const { return *nos; }
    VetorDeNos &Nos() { return *nos; }
    VetorDeBarras &Barras() { return *barras; }
    const VetorDeBarras &Barras() const { return *barras; }

    //****vetor de Cabos de Protensao
    VetorCabosProtensao &CabosProtensao() { return *cabosProtensao; }
    const VetorCabosProtensao &CabosProtensao() const { return *cabosProtensao; }

    //****vetor de secoes
    VetorDeSecoes &VetorSecoes() {return *vetorSecoes; }
    const VetorDeSecoes &VetorSecoes() const {return *vetorSecoes; }
    void CalculoPerdaAtrito(int cabo);

    virtual bool Calcula();
    //**** leitura de arquivo
    virtual bool LePorticoDeArquivo(const char *nomeArquivo);
    virtual bool LeArquivoConfiguracao(const char *nomeArquivo);
    void LeDados(ArquivoInput& arquivo, int nNos, int nBarras);

    //**** gravação de arquivo
    bool GravaResultadosEmArquivo(const char *nomeArquivo);
    bool ExportaDXF(const char *nomeArquivo, int _tipo);

protected:
    int NBarras() { return barras->GetItemsInContainer(); } // m
    int NNos() { return nos->GetItemsInContainer(); } // nj
    int NCabos() { return cabosProtensao->GetItemsInContainer(); }
    int Ndj() { return 3; } // número de vínculos possíveis em um nó // ndj
    int Ngl() { return NNos() * Ndj(); } // ngl
    int NglBarra() { return 2 * Ndj(); } // md
    int NLinhas() { return Ngl() - NumeroDeRestricoes(); } // n
    int NumeroDeRestricoes() const; // nr
    int NumeroDeNosComRestricoes() const; // nrj
    float MenorDimensao();
    double MaiorFletor();
    double MaiorDeslocamento();

    //**** métodos de cálculo
    virtual bool CriarMatrizes();
    virtual void DestruirMatrizes();
    bool CriarMatrizSFF();
    bool DadosEstruturais();
    bool MatrizDeRigidez();
    bool Carregamentos();
    bool Resultados();

    //**** leitura de arquivo
    virtual Barra* CriaBarra();
    virtual SecaoTransversal* CriaSecao();
    virtual void LeCoordenadas(ArquivoInput& arquivo, int nNos);
    virtual void LeIncidencias(ArquivoInput& arquivo, int nBarras);
    virtual void LeSecoesBarras(ArquivoInput& arquivo);
    virtual void LeRestricoesApoio(ArquivoInput& arquivo);

```

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

```

        virtual void LeCargasDistribuidas(ArquivoInput& arquivo);
        virtual void LeCargasConcentradas(ArquivoInput& arquivo);
        virtual void LeGeometriaCabos(ArquivoInput& arquivo);

//**** leitura do arquivo de configuracao
        virtual void LeConfiguracaoConcreto(ArquivoInput& arquivo, float* CAA, float* teorU, float*
fck, float* cobrimento);
        virtual void LeConfiguracaoAco(ArquivoInput& arquivo, float* Es, float* categoria_Cabos, s-
tring* relaxacao, float* dn_Cordoalha, float* numero_Cordoalha, float* area_Cordoalha, float*
deltaEnc);
        virtual void LePerdasConsideradas(ArquivoInput &arquivo,int *atrito,int *ancoragem,int
*encurtamento,int *progressivas);
        virtual void LePorcentagemDePerdasConsideradas(ArquivoInput &arquivo);
        virtual void LeTipo_SecaoConsiderada(ArquivoInput &arquivo);
        virtual void CalculaVariaveisGlobais(float CAA, float teorU, float fck, float cobrimento,
float Es, float categoria_Cabos, string relaxacao, float dn_Cordoalha, float numero_Cordoalha,
float area_Cordoalha, float deltaEnc);

protected:
        VetorDeNos *nos;
        VetorDeBarras *barras;
        VetorCabosProtensao *cabosProtensao;
        VetorDeSecoes *vetorSecoes;
        double *df, *ac;
        MatrizBanda *matEst;
        bool calculoOk;
        int largBanda;
        bool *glRestrito;
        int *id;
        string tituloModelo;

//**** arquivo de configuracao
        string tituloConfiguracao;
        float Eci;
        float Ecs;
        float fctm;
        float fctk_inf;
        float fctk_sup;
        float Ap;
        float TensaoTracaoConcreto;
        float TensaoCompressaoConcreto;
        float FPTK; //(Carga de ruptura minima especifica)
        float fptk;
        float fpyk;
        float Pinicial;
        float Mi;
        float N;
        float areaEquivEncurtamento;
        float PorcentagemPerdasConsideradas_encurtamento;
        float PorcentagemPerdasConsideradas_progressivas;
        int nCabos;
        int PerdasConsideradas_atrito;
        int PerdasConsideradas_ancoragem;
        int PerdasConsideradas_encurtamento;
        int PerdasConsideradas_progressivas;
        int CaboAtivo_Esquerda;
        int CaboAtivo_Direita;
        int Tipo_secaoConsiderada;
        int InclinaçãoCabo_Ancoragem;

//**** TEMPORÁRIO
        float ampliacaoDeformada;
        float ampliacaoFletores;
};

#endif __PORTICO_H

```


Método para geração dos relatórios com os resultados do programa. Alguns resultados foram pré-multiplicados para adequação ao SI.

```
bool Portico::GravaResultadosEmArquivo(const char *nomeArquivo)
{
    ofstream arquivo(nomeArquivo);
    if (!arquivo)
        return false;

    arquivo << "*****" << endl;
    arquivo << tituloModelo << endl;
    arquivo << "RESULTADOS DO CÁLCULO DE PÓRTICO ESPACIAL" << endl;
    arquivo << "*****" << endl;
    arquivo << endl;

    // Deslocamentos nos nós
    char buf[80];
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "|                Deslocamento final dos nós                |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "| Número |      X (cm)      |      Y (cm)      |      Z (rad)      |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;

    for (int i = 1; i <= NNos(); i++) {
        sprintf(buf, "%7i", (*nos)[i]->Numero());
        arquivo << "|" << buf;
        for (TDeslocamento j = DX; j <= RZ; j++) {
            sprintf(buf, "%12.4f", (*nos)[i]->Deslocamento(j));
            arquivo << " |" << buf;
        }
        arquivo << " |" << endl;
    }
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << endl << endl;

    // Esforços nas barras
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "|                Esforços nas barras                |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "| Número|      Axial      | Cortante I.| Cortante F.| Fletor I. | Fletor F. |" << endl;
    arquivo << "|      |      (kN)      |      (kN)      |      (kN)      |      (kN.m) |      (kN.m) |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;

    for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
        sprintf(buf, "%7i", (*barras)[i]->Numero());
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*barras)[i]->Esforco(ESF_AXIAL_I)*0.01);
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*barras)[i]->Esforco(ESF_CORTANTE_I)*0.01);
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*barras)[i]->Esforco(ESF_CORTANTE_F)*0.01);
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*barras)[i]->Esforco(ESF_FLETOR_I)*0.0001);
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*barras)[i]->Esforco(ESF_FLETOR_F)*0.0001);
        arquivo << " |" << buf;
        arquivo << " |" << endl;
    }
    arquivo << "-----" << endl;
}
```

 (continua)

```

// Verificacao das tensoes na secao

arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|          Verificação das Tensões na Seção (MPa)          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|          Tração Máxima          |          Compressão Máxima          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
sprintf(buf, "%26.3f", TensaoTracaoConcreto*0.1);
arquivo << "|" << buf;
sprintf(buf, "%26.3f", TensaoCompressaoConcreto*0.1);
arquivo << "|" << buf;
arquivo << " |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "| Número |          Borda Inferior          |          Borda Superior          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
    sprintf(buf, "%7i", (*barras)[i]->Numero());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%21.3f", (*barras)[i]->TensaoInf()*0.1);
    arquivo << " |" << buf;
    sprintf(buf, "%21.3f", (*barras)[i]->TensaoSup()*0.1);
    arquivo << " |" << buf;
    arquivo << " |" << endl;
}
arquivo << "-----" << endl;

// Dados do cabo de protensão

for(int i = 1; i <= cabosProtensao->GetItemsInContainer(); i++){
    // CaboProtensao *temp = (*cabosProtensao)[i];
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "|          Dados dos Cabos de Protensao          |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "|          Número |          No          |          X (cm)          |          Y (cm)          |          dy/dx          |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    for (int j = (*cabosProtensao)[i]->NNoi(); j <= (*cabosProtensao)[i]->NNof(); j++){
        sprintf(buf, "%13i", i);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%11.2i", j);
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%14.2f", (*nos)[j]->X());
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%18.12f", (*cabosProtensao)[i]->valorVetorDeY(j));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%15.12f", (*cabosProtensao)[i]->valorVetordYdX(j));
        arquivo << " |" << buf;
        arquivo << " |" << endl;
    }
    arquivo << "-----"
" << endl;
}

```

 (continua)

```
// Propriedades Geométricas das Barras

arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|                Propriedades Geométricas das Barras                |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "| Número | Area | ICG | YCG | YInf | YSup | WInf | WSup |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
    float WInf();
    float WSup();
    sprintf(buf, "%7i", (*barras)[i]->Numero());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%7.2f", (*barras)[i]->Area());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%7.2f", (*barras)[i]->ICG());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%8.2f", (*barras)[i]->YCG());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%8.2f", (*barras)[i]->YInf());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%8.2f", (*barras)[i]->YSup());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%9.2f", (*barras)[i]->WInf());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%8.2f", (*barras)[i]->WSup());
    arquivo << "|" << buf;
    arquivo << " |" << endl;
}
arquivo << "-----" << endl;

// Esforços de protensão no cabo

for (int i = 1; i <= NCabos(); i++) {
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "|                Esforços de Protensão nos Cabos (kN)                |" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    arquivo << "| N°| Nó|Posicao|Pinicial|PATrito|PAncoragem|PEncurtam | Pprogressiva|" << endl;
    arquivo << "-----" << endl;
    int Noi = (*cabosProtensao)[i]->NNoi();
    int Nof = (*cabosProtensao)[i]->NNof();
    for(int j=Noi; j<=Nof;j++){
        sprintf(buf, "%4i", i);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%3i", j);
        arquivo << "|" << buf;
        int temp = (*nos)[j]->X();
        sprintf(buf, "%6i", temp);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%10.2f", Pinicial*0.01);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%10.2f", (*cabosProtensao)[i]->valorPatrito(j)*0.01);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%11.2f", (*cabosProtensao)[i]->valorPancoragem(j)*0.01);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%11.2f", (*cabosProtensao)[i]->valorPencurtamento(j)*0.01);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%12.2f", (*cabosProtensao)[i]->valorPprogressiva(j)*0.01);
        arquivo << "|" << buf;
        arquivo << " |" << endl;
    }
}
arquivo << "-----" << endl;
endl;
```

 (continua)

```
// Cargas equivalentes das Barras

arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|          Cargas Equivalentes das Barras (kgf/cm = kN/m)      m          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "| Barra| Cabo| DifAlfBar| PeqIn| PeqAtr| PeqAnc| PeqEnc| PeqPro| Carg  Eq| CargTot|" << endl;
arquivo << "-----" << endl;

int numeroBarra = 0;
for (int i = 1; i <= NCabos(); i++){
    int Noi = (*cabosProtensao)[i]->NNoi();
    int Nof = (*cabosProtensao)[i]->NNof();
    for(int j=Noi; j<Nof;j++){
        for(int k = 1; k <= NBarras(); k++){
            if(((barras)[k]->NoInicial()).Numero()==j)&&(((barras)[k]->NoFinal()).Numero()==j+1)){
                numeroBarra = k;
            }
        }
        sprintf(buf, "%5i", numeroBarra);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%3i", i);
        arquivo << "|" << buf;
        sprintf(buf, "%9.6f", (barras)[numeroBarra]->DifAlfaBarra(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%6.2f", (barras)[numeroBarra]->PeqInicial(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%6.2f", (barras)[numeroBarra]->PeqAtrito(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%6.2f", (barras)[numeroBarra]->PeqAncoragem(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%6.2f", (barras)[numeroBarra]->PeqEncurtamento(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%6.2f", (barras)[numeroBarra]->PeqProgressiva(i-1));
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%8.2f", (barras)[numeroBarra]->CargaEquivalente());
        arquivo << " |" << buf;
        sprintf(buf, "%8.2f", (barras)[numeroBarra]->Carga());
        arquivo << " |" << buf;
        arquivo << " |" << endl;
    }
    arquivo << "-----" << endl;
} arquivo << "-----" << endl;

// Cargas Concentradas Equivalentes no Nó Final das Barras

arquivo << "-----" << endl;

arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|          Cargas Concentradas Equivalentes no Nó Final das Barras          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "| Barra | DeltaPeq (kN) | DeltaVeq (kN) | DeltaMeq (kN/m) |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;

for (int i = 1; i <= NBarras(); i++){
    sprintf(buf, "%7i", i);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%20.7f", (barras)[i]->DeltaPeq()*0.01);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%22.7f", (barras)[i]->DeltaVeq()*0.01);
    arquivo << " |" << buf;
    sprintf(buf, "%26.7f", (barras)[i]->DeltaMeq());
    arquivo << " |" << buf;
    arquivo << " |" << endl;
}
arquivo << "-----" << endl;
```

(continua)

```
// Cargas concentradas equivalentes nos Nós

arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "|          Cargas Concentradas Equivalentes nos Nos          |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << "| Nro |  FX(kN) |  FY(kN) |  MZ(kN/m) |  FX Tot(kN) |  FY Tot(kN) |  MZ Tot |" << endl;
arquivo << "-----" << endl;
for (int i = 1; i <= NNos(); i++) {
    sprintf(buf, "%5i", (*nos)[i]->Numero());
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Feq(DX)*0.01);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Feq(DY)*0.01);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Feq(RZ));
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Carga(DX)*0.01);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Carga(DY)*0.01);
    arquivo << "|" << buf;
    sprintf(buf, "%11.3f", (*nos)[i]->Carga(RZ));
    arquivo << "|" << buf;
    arquivo << " |" << endl;
}
arquivo << "-----" << endl;
arquivo << endl << endl;
```

Instruções de conclusão do
arquivo de relatórios

(continua)

```
if (arquivo.good()) {
    arquivo.close();
    return true;
} else
    return false;
}
```

Método para exportação
gráfica dos resultados em
formato DXF.

```
bool Portico::ExportaDXF(const char *nomeArquivo, int tipo)
```

```
{
    int coresLayers[3] = { 7, 5, 1 };
    // Estrutura - cor 7 (preto)
    // Deformada - cor 5 (azul)
    // Fletores - cor 1 (vermelho)
    ArquivoDXF *dxf = new ArquivoDXF(nomeArquivo, 3, coresLayers);
    if (!dxf->AlocacaoOK()) {
        delete dxf;
        return false;
    }
}
```

Exporta a linha elástica
deformada

```
if (_tipo == 1) {
    dxf->LayerCorrente(1);
    VetorDeBarrasIterator itBarras(*barras);
    // TEMPORÁRIO
    if (!ampliacaoDeformada)
        ampliacaoDeformada = (0.3*MenorDimensao())/MaiorDeslocamento();
    while (itBarras) {
        Barra* corrente = itBarras++;
        corrente->DeformadaDXF(dxf, ampliacaoDeformada);
    }
}
```

	(continua)
Exporta o diagrama de momentos fletores	<pre> dx->LayerCorrente(2); itBarras.Restart(); // TEMPORÁRIO if (!ampliacaoFletores) ampliacaoFletores = (0.4*MenorDimensao())/MaiorFletor(); while (itBarras) { Barra* corrente = itBarras++; corrente->MomentoDXF(dx, ampliacaoFletores); } </pre>
Exporta a estrutura indeformada, sobre a qual são plotados os diagramas de momentos fletores e a deformada.	<pre> dx->LayerCorrente(0); itBarras.Restart(); while (itBarras) { Barra* corrente = itBarras++; float width = 10.0; dx->Line(corrente->NoInicial(), corrente->NoFinal(), width); } } else { dx->LayerCorrente(0); </pre>
Exporta a disposição dos cabos na estrutura	<pre> dx->Line((*nos)[1]->X(), 0, (*nos)[NNos()->X(), 0, 3); dx->LayerCorrente(1); dx->Line(0, 0, 0, (*nos)[NNos()->Y(), 3); int posicao = 0; dx->LayerCorrente(2); for(int i =1; i <= cabosProtensao->GetItemsInContainer(); i++){ for(int l = (*cabosProtensao)[i]->NNoi(); l < (*cabosProtensao)[i]->NNof(); l++){ dx->Line((*nos)[l]->X(), (*cabosProtensao)[i]- >valorVetorDeY(l), (*nos)[l+1]->X(), (*cabosProtensao)[i]- >valorVetorDeY(l+1)); } } } delete dx; return true; } </pre>
Calcula a dimensão da menor barra da estrutura, para ajustar a escala de plotagem dos diagramas de momentos fletores e da linha elástica deformada.	<pre> float Portico::MenorDimensao() { double menorX = MAXFLOAT, maiorX = -MAXFLOAT, menorY = MAXFLOAT, maiorY = -MAXFLOAT; VetorDeNosIterator itNos(*nos); while (itNos) { No* corrente = itNos++; menorX = min(menorX, corrente->X()); maiorX = max(maiorX, corrente->X()); menorY = min(menorY, corrente->Y()); maiorY = max(maiorY, corrente->Y()); } float dx = maiorX-menorX, dy = maiorY-menorY; return (dx > 0.1)&&(dy > 0.1) ? min(dx, dy) : max(dx, dy); } </pre>

Determina o valor do momento fletor máximo para ajuste de impressão no arquivo DXF	<pre>double Portico::MaiorFletor() { VetorDeBarrasIterator itBarras(*barras); double maiorFletor = 0; while (itBarras) { Barra* corrente = itBarras++; maiorFletor = max(maiorFletor, fabs(corrente->Esforco(ESF_FLETOR_I))); maiorFletor = max(maiorFletor, fabs(corrente->Esforco(ESF_FLETOR_F))); } return maiorFletor; }</pre>
Determina o valor do maior deslocamento para ajuste de impressão no arquivo DXF	<pre>double Portico::MaiorDeslocamento() { double maiorD = 0; VetorDeNosIterator itNos(*nos); while (itNos) { No* corrente = itNos++; double dx = fabs(corrente->X() - corrente->XFinal(1.0)); double dy = fabs(corrente->Y() - corrente->YFinal(1.0)); maiorD = max(maiorD, sqrt(dx*dx+dy*dy)); } return maiorD; }</pre>
Método para leitura dos dados de entrada do pórtico, pelo qual é lida a linha de título, número de nós e barras da estrutura.	<pre>bool Portico::LePorticoDeArquivo(const char *nomeArquivo) { cabosProtensao->Flush(); nos->Flush(); barras->Flush(); vetorSecoes->Flush(); ArquivoInput arquivo(nomeArquivo); if(!arquivo.AlocacaoOK()) { ::MessageBox(NULL, "Não foi possível abrir o arquivo.", "Erro", MB_ICONSTOP MB_OK); return false; } tituloModelo = arquivo.ReadLine(); int nNos = arquivo.ReadBlockInteger(); // número de nós int nBarras = arquivo.ReadBlockInteger(); // número de barras LeDados(arquivo, nNos, nBarras); for(int i=1; i<=NBarras(); i++){ (*barras)[i]->Calcula(Ap, Pinicial, Mi, nos, N, nCabos, PerdasConsideradas_atrito, PerdasConsideradas_ancoragem, PerdasConsideradas_encurtamento, PerdasConsideradas_progressivas, InclinacaoCabo_Ancoragem); } return true; }</pre>
Método que cria o número de barras para a estrutura, conforme o número informado no arquivo de dados.	<pre>Barra* Portico::CriaBarra() { return new Barra(); }</pre>
Cria o número de tipos de seções transversais diferentes.	<pre>SecaoTransversal* Portico::CriaSecao() { return new SecaoTransversal(); }</pre>

MESTRANDO: RODRIGO BROERING KOERICH

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

Lê os dados armazenados no arquivo.	<pre>void Portico::LeDados (ArquivoInput& arquivo, int nNos, int nBarras) { LeCoordenadas(arquivo, nNos); LeIncidencias(arquivo, nBarras); LeSecoesBarras(arquivo); LeRestricoesApoio(arquivo); LeCargasDistribuidas(arquivo); LeCargasConcentradas(arquivo); LeGeometriaCabos(arquivo); }</pre>
Lê as coordenadas dos nós e armazena no vetor de coordenadas,	<pre>void Portico::LeCoordenadas (ArquivoInput& arquivo, int nNos) { arquivo.SkipLine(); float x, y; for(WORD i = 1; i <= nNos; i++) { x = arquivo.ReadFloat(); y = arquivo.ReadFloatNewLine(); No* no = new No; no->Numero(i); no->X(x); no->Y(y); nos->Add(no); } }</pre>
Lê as incidências das barras para armazenamento	<pre>void Portico::LeIncidencias (ArquivoInput& arquivo, int nBarras) { arquivo.SkipLine(); for(WORD i = 1; i <= nBarras; i++) { int noI = arquivo.ReadInteger(); int noF = arquivo.ReadIntegerNewLine(); Barra* barra = CriaBarra(); barra->Numero(i); barra->NoInicial ((*nos)[noI]); barra->NoFinal ((*nos)[noF]); barras->Add(barra); } }</pre>
Lê e armazena para cada tipo de seção transversal, as coordenadas da seção "I" genérica, relativas a cada barra da estrutura.	<pre>void Portico::LeSecoesBarras (ArquivoInput& arquivo) { //int numero = 1; arquivo.SkipLine(); int nSecoes = arquivo.ReadIntegerNewLine(); for(WORD i = 1; i <= nSecoes; i++) { int barraI = arquivo.ReadInteger(); int barraF = arquivo.ReadInteger(); SecaoTransversal* secao = CriaSecao(); secao->LeSecao(arquivo); for (int b=1; b<=14;b++){ float X = arquivo.ReadFloat(); float Y = arquivo.ReadFloatNewLine(); secao->incluiCordenadas(X, Y); } secao->InsereModuloE(Ecs*10); for (int b = barraI; b <= barraF; b++){ Barras() [b]->Secao(secao); } vetorSecoes->Add(secao); //AtribuiSecao(secao, Barras() [b]); } }</pre>
Atribui o módulo Ecs para cada barra.	

Atribui as restrições aos deslocamentos dos nós que foram indicados como apoios no arquivo de dados.

```
void Portico::LeRestricoesApoio(ArquivoInput& arquivo)
{
    arquivo.SkipLine();
    int nRestr = arquivo.ReadIntegerNewLine();
    for(int i = 1; i <= nRestr; i++) {
        int numero = arquivo.ReadInteger();
        int codx = arquivo.ReadInteger();
        int cody = arquivo.ReadInteger();
        int codz = arquivo.ReadIntegerNewLine();

        (*nos)[numero]->Restr(DX,codx);
        (*nos)[numero]->Restr(DY,cody);
        (*nos)[numero]->Restr(RZ,codz);
    }
}
```

Armazena, para um número "ncargas", as cargas distribuídas, que incidirão sobre cada uma das barras da estrutura.

```
void Portico::LeCargasDistribuidas(ArquivoInput& arquivo)
{
    arquivo.SkipLine();
    int nCargas = arquivo.ReadIntegerNewLine();
    for(int i = 1; i <= nCargas; i++) {
        int barraI = arquivo.ReadInteger();
        int barraF = arquivo.ReadInteger();
        float carga = arquivo.ReadFloatNewLine();

        for(int b = barraI; b <= barraF; b++)
            (*barras)[b]->Carga(carga);
    }
}
```

Armazena, para um número "ncargasconc", as cargas concentradas, que incidirão sobre cada um dos nós da estrutura.

```
void Portico::LeCargasConcentradas(ArquivoInput& arquivo)
{
    arquivo.SkipLine();
    int nCargasConc = arquivo.ReadIntegerNewLine();
    for(int i = 1; i <= nCargasConc; i++) {
        int numero = arquivo.ReadInteger();
        float fx = arquivo.ReadFloat();
        float fy = arquivo.ReadFloat();
        float mz = arquivo.ReadFloatNewLine();
        (*nos)[numero]->Carga(DX,fx);
        (*nos)[numero]->Carga(DY,fy);
        (*nos)[numero]->Carga(RZ,mz);
    }
}
```

Lê para cada cabo da estrutura os tipos de ancoragem e o número de trechos do cabo.

Para cada trecho, são armazenadas as coordenadas do cabo no início e fim do trecho, sua posição e forma de ramo, para cálculo das coordenadas em cada nó.

```
void Portico::LeGeometriaCabos(ArquivoInput& arquivo)
{
    int numero = 0;
    arquivo.SkipLine();
    bool continua = true;
    if(continua){
        nCabos = arquivo.ReadIntegerNewLine();
        for(int i = 0; i< nCabos; i++){
            numero++;
            CaboProtensao *caboP = new CaboProtensao(numero);
            int nTrechos = arquivo.ReadInteger();
            CaboAtivo_Esquerda = arquivo.ReadInteger();
            CaboAtivo_Direita = arquivo.ReadIntegerNewLine();

            for(int y=0; y<nTrechos; y++){
                int Noi = arquivo.ReadFloat();
                float Yi = arquivo.ReadFloat();
                int Nof = arquivo.ReadFloat();
                float Yf = arquivo.ReadFloat();
                int Ramo = arquivo.ReadFloat();
                int Posicao = arquivo.ReadFloatNewLine();
                //calcular os Y-Cabo:
                if(y == 0){
                    caboP->ModificaDados(*((*nos)[Noi]), *((*nos)[Nof]));
                    for(int u=1; u <= NBarras(); u++){
                        if((Noi <= ((*barras)[u]->NoInicial()).Numero()) && (Nof
>= ((*barras)[u]->NoFinal()).Numero())){
                            ((*barras)[u]->insereCabo(caboP);
                        }
                    }
                }else{
                    caboP->ModificaDados(caboP->Noi(), *((*nos)[Nof]));
                    for(int u=1; u <= NBarras(); u++){
                        if((Noi <= ((*barras)[u]->NoInicial()).Numero()) && (Nof
>= ((*barras)[u]->NoFinal()).Numero())){
                            ((*barras)[u]->insereCabo(caboP);
                        }
                    }
                }
            }
            if(((Noi > nos->ArraySize()) || (Nof > nos->ArraySize())) &&
(continua)){
                ::MessageBox(NULL, "Numero do nodo informado incorre-
to.", "Erro", MB_ICONSTOP | MB_OK);
                continua = false;
            }
        }
    }
}
```

Calcula as coordenadas do cabo em cada nó de extremidade das barras.

```
(continua)
caboP->adicionaY(Yi);
double f,g,YCabo,tempX,tgcabo;
if(continua){
    for(int i= Noi + 1; i< Nof; i++){
        if(((Posicao == 0)&&(Ramo == 1))||((Posicao == 1)&&(Ramo
== 0))) {
            f = Yf - Yi;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tempX = (*nos)[i]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            YCabo = (f/(g*g))*(tempX*tempX) + Yi;
            caboP->adicionaY(YCabo);
        }else{
            f = Yi - Yf;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tempX = (*nos)[i]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            YCabo = (f/(g*g))*(tempX*tempX) - ((2*f/g)*tempX) + Yi;
            caboP->adicionaY(YCabo);
        }
    }
    for(int i= Noi; i< Nof; i++){
        if(((Posicao == 0)&&(Ramo == 1))||((Posicao == 1)&&(Ramo
== 0))) {
            f = Yf - Yi;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tempX = (*nos)[i]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tgcabo = 2*f*tempX/(g*g);
            caboP->adicionadYdX(tgcabo);
        }else{
            f = Yi - Yf;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tempX = (*nos)[i]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tgcabo = 2*f*tempX/(g*g)-2*f/g;
            caboP->adicionadYdX(tgcabo);
        }
    }
    if(y == (nTrechos-1)){
        caboP->adicionaY(Yf);
        if(((Posicao == 0)&&(Ramo == 1))||((Posicao == 1)&&(Ramo
== 0))) {
            f = Yf - Yi;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tgcabo = 2*f*g/(g*g);
            caboP->adicionadYdX(tgcabo);
        }else{
            f = Yi - Yf;
            g = (*nos)[Nof]->X() - (*nos)[Noi]->X();
            tgcabo = 2*f*g/(g*g)-2*f/g;
            caboP->adicionadYdX(tgcabo);
        }
    }
}
// Criar um CaboPretensao(Noi,Nof);
// Adicionar YCabo;
}
cabosProtensao->Add(caboP);
CalculoPerdaAtrito(i+1);
}
}
```

Método com as instruções para leitura do arquivo de configuração das variáveis globais, valores relativos às propriedades dos materiais e outras opções de análise.

```
bool Portico::LeArquivoConfiguracao(const char *nomeArquivo)
{
    ArquivoInput arquivo(nomeArquivo);
    if(!arquivo.AlocacaoOK()) {
        ::MessageBox(NULL, "Não foi possível abrir o arquivo.", "Erro", MB_ICONSTOP | MB_OK);
        return false;
    }
    tituloConfiguracao = arquivo.ReadLine();

    //variaveis para calculo das variaveis globais.
    float CAA, teorU, fck, cobrimento, Es, categoria_Cabos, dn_Cordoalha,
    numero_Cordoalha,
        area_Cordoalha, deltaEnc;
    string relaxacao;

    LeConfiguracaoConcreto(arquivo, &CAA, &teorU, &fck, &cobrimento);
    LeConfiguracaoAco(arquivo, &Es, &categoria_Cabos, &relaxacao,
    &dn_Cordoalha, &numero_Cordoalha, &area_Cordoalha, &deltaEnc);
    LePerdasConsideradas(arquivo, &PerdasConsideradas_atrito,
    &PerdasConsideradas_ancoragem, &PerdasConsideradas_encurtamento,
    &PerdasConsideradas_progressivas);
    LePorcentagemDePerdasConsideradas(arquivo);
    LeTipo_SecaoConsiderada(arquivo);
    CalculaVariaveisGlobais(CAA, teorU, fck, cobrimento, Es, categoria_Cabos,
    relaxacao, dn_Cordoalha, numero_Cordoalha, area_Cordoalha,
    deltaEnc);
    return true;
}
```

Lê e armazena as propriedades do concreto.

```
void Portico::LeConfiguracaoConcreto(ArquivoInput& arquivo, float* CAA, float* teorU, float* fck, float* cobrimento)
{
    arquivo.SkipLine();
    *CAA = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *teorU = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *fck = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *cobrimento = arquivo.ReadFloatNewLine();
}
```

Lê e armazena as propriedades do aço de protensão.

```
void Portico::LeConfiguracaoAco(ArquivoInput& arquivo, float* Es, float* categoria_Cabos, string* relaxacao, float* dn_Cordoalha, float* numero_Cordoalha, float* area_Cordoalha, float* deltaEnc)
{
    arquivo.SkipLine();
    *Es = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *categoria_Cabos = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *relaxacao = arquivo.ReadLine();
    *dn_Cordoalha = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *numero_Cordoalha = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *area_Cordoalha = arquivo.ReadFloatNewLine();
    Mi = arquivo.ReadFloatNewLine();
    *deltaEnc = arquivo.ReadFloatNewLine();
}
```

Lê e armazena quais as perdas de protensão devem ser consideradas na análise da estrutura.

```
void Portico::LePerdasConsideradas(ArquivoInput& arquivo, int *atrito, int *ancoragem, int *encurtamento, int *progressivas)
{
    arquivo.SkipLine();
    *atrito = arquivo.ReadInteger();
    *ancoragem = arquivo.ReadInteger();
    *encurtamento = arquivo.ReadInteger();
    *progressivas = arquivo.ReadIntegerNewLine();
}
```

Lê e armazena os valores percentuais das perdas por encurtamento elástico e progressivas, que devem ser calculadas simplifadamente.	<pre> void Portico::LePorcentagemDePerdasConsideradas(ArquivoInput &arquivo) { arquivo.SkipLine(); PorcentagemPerdasConsideradas_encurtamento = arquivo.ReadFloatNewLine(); PorcentagemPerdasConsideradas_progressivas = arquivo.ReadFloatNewLine(); } </pre>
Determina qual tipo de seção será considerada no cálculo das propriedades geométricas (líquida, bruta, homogeneizada)	<pre> void Portico::LeTipo SecaoConsiderada(ArquivoInput &arquivo) { arquivo.SkipLine(); Tipo_secaoConsiderada = arquivo.ReadIntegerNewLine(); InclinaçãoCabo_Ancoragem = arquivo.ReadIntegerNewLine(); } </pre>
Calcula e armazena variáveis globais, dependentes de outras variáveis lidas na configuração.	<pre> void Portico::CalculaVariaveisGlobais(float CAA, float teorU, float fck, float cobrimento, float Es, float categoria_Cabos, string relaxacao, float dn_Cordoalha, float numero_Cordoalha, float area_Cordoalha, float deltaEnc) { Eci = 5600 * sqrt(fck); Ecs = 0.85 * Eci; if(Tipo_secaoConsiderada == 0){ N = 0; }else{ if(Tipo_secaoConsiderada == 1){ N = 1; }else{ N = Es/Ecs; } } fctm = 0.3 * pow(fck,0.6666666666666666); fctk_inf = 0.7 * fctm; fctk_sup = 1.3 * fctm; Ap = numero_Cordoalha * area_Cordoalha; TensaoTracaoConcreto = -10 * 1.2 * fctm; TensaoCompressaoConcreto = 10 * 0.7 * fck; if(categoria_Cabos == 175){ FPTK = 16570; }else{ FPTK = 18730; } areaEquivEncurtamento = deltaEnc*Ap*Es; fptk = FPTK/area_Cordoalha; if(relaxacao == "Baixa"){ fpyk = 0.9*fptk; // float temp1 = 0.74*fptk*Ap; // float temp2 = 0.82*fpyk*Ap; float temp1 = 160000; float temp2 = 160000; if(temp1 >= temp2){ Pinicial = temp1; }else{ Pinicial = temp2; } }else{ fpyk = 0.85*fptk; float temp1 = 0.74*fptk*Ap; float temp2 = 0.87*fpyk*Ap; if(temp1 >= temp2){ Pinicial = temp1; }else{ Pinicial = temp2; } } } </pre>

Opção para atribuir o valor do esforço de protensão por um valor fixo ao invés de calculado conforme o tipo do aço.

Método para o cálculo das perdas por atrito.

```
void Portico::CalculoPerdaAtrito(int cabo)
{
    int Noi = (*cabosProtensao)[cabo]->NNoi();
    int Nof = (*cabosProtensao)[cabo]->NNof();
    double alfaInicial = (*cabosProtensao)[cabo]->valorVetordYdX(Noi);
    double somaAlfa = 0.0;
    double temp3 = alfaInicial;
    double temp4 = 0.0;
    double temp = 0.0;
    double temp2 = 0.0;
    float E = 2.71828182846;
```

Calcula o esforço de protensão considerando o atrito da esquerda pra direita.

```
(continua)
for(int y = Noi; y <= Nof-1; y++){
    temp4 = temp3;
    temp3 = (*cabosProtensao)[cabo]->valorVetordYdX(y);
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAlfaBarra(temp3);
    somaAlfa += (max(fabs(temp3), fabs(temp4)) - min(fabs(temp3), fabs(temp4)));
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAtrito_Esquerda(CaboAtivo_Esquerda*(Pinicial*pow(E, -(Mi * somaAlfa + 0.01 * Mi * 0.01*((*nos)[y]->X()-(*nos)[Noi]->X())))));
    // (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAlfaBarra(0);
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAlfaBarra((*cabosProtensao)[cabo]->valorVetordYdX(Nof));
    somaAlfa += (max(fabs(temp3), fabs(temp4)) - min(fabs(temp3), fabs(temp4)));
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAtrito_Esquerda(CaboAtivo_Esquerda*(Pinicial*pow(E, -(Mi * somaAlfa + 0.01 * Mi * 0.01*((*nos)[Nof]->X()-(*nos)[Noi]->X())))));
```

Calcula o esforço de protensão considerando o atrito da direita pra esquerda

```
(continua)
alfaInicial = (*cabosProtensao)[cabo]->valorVetordYdX(Nof);
somaAlfa = 0.0;
temp3 = alfaInicial;
for(int y = Nof; y > Noi; y--){
    temp4 = temp3;
    temp3 = (*cabosProtensao)[cabo]->valorVetordYdX(y);
    somaAlfa += (max(fabs(temp3), fabs(temp4)) - min(fabs(temp3), fabs(temp4)));
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAtrito_Direita(CaboAtivo_Direita*(Pinicial*pow(E, -(Mi * somaAlfa + 0.01 * Mi * 0.01*((*nos)[Nof]->X()-(*nos)[y]->X())))));
    somaAlfa += (max(fabs(temp3), fabs(temp4)) - min(fabs(temp3), fabs(temp4)));
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAtrito_Direita(CaboAtivo_Direita*(Pinicial*pow(E, -(Mi * somaAlfa + 0.01 * Mi * 0.01*((*nos)[Nof]->X()-(*nos)[Noi]->X())))));
```

Procura pelos maiores valores de cada lado (Esquerda ou direita) e atribui como valor final.

```
for(int y=Noi; y<= Nof; y++){
    temp = (*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Esquerda(y);
    temp2 = (*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Direita(y);
    (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaAtrito(max(temp, temp2));
}
```

Método para o cálculo das perdas por ancoragem. Está na mems função das perdas por atrito.

Calcula as perdas por encurtamento da ancoragem baseado no método da área equivalente.

Cálculo das perdas por encurtamento da ancoragem da esquerda para a direita.

```
(continua)
double Soma = 0;
double areaAtual = 0;
int PNoi = Noi;
int PNoF = Noi+1;
int X1 = 0;
int X2 = 0;
double Inc = 0;

while((areaAtual < areaEquivEncurtamento/2)){
    if (PNoF <= (NoF+Noi)/2){
        Soma += (((*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Esquerda(PNoi) -
        (*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Esquerda(PNoF))) *
        (((*nos)[PNoF]->X()) + (*nos)[PNoi]->X())/2);
        areaAtual = Soma;
        PNoi++;
        PNoF++;
        X1 = PNoi;
    }else{
        Inc = Inc + 0.0001;
        areaAtual = areaAtual + (((*cabosProtensao)[cabo]-
        >valorPatrito_Esquerda(PNoi))*(0.0001) * ((*nos)[PNoi]->X() -
        (*nos)[Noi]->X()));
    }
}
double Pancoragem_Esquerda = 0;
for(int y=Noi;y<=NoF;y++){
    if(y<PNoi){
        Pancoragem_Esquerda =
        >valorPatrito_Esquerda(y) - 2*((*cabosProtensao)[cabo]-
        >valorPatrito_Esquerda(y) - (1-Inc)*(*cabosProtensao)[cabo]-
        >valorPatrito_Esquerda(PNoF-1));
    }else{
        Pancoragem_Esquerda =
        >valorPatrito_Esquerda(y);
    }
    (*cabosProtensao)[cabo]-
    >adicionaPancoragem_Esquerda(Pancoragem_Esquerda);
}
```

Cálculo das perdas por encurtamento da ancoragem da esquerda para a direita.

(continua)

```
Soma = 0;
areaAtual = 0;
PNoi = Nof;
PNof = Nof-1;
Inc = 0;
while((areaAtual < areaEquivEncurtamento/2)){
    if (PNof >= (Noi+Nof)/2){
        Soma += (((*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Direita(PNoi) -
(*cabosProtensao)[cabo]->valorPatrito_Direita(PNof))) * ((*nos)[Nof]-
>X() - ((*nos)[PNof]->X() + (*nos)[PNoi]->X())/2);
        areaAtual = Soma;
        PNoi--;
        PNof--;
        X2 = PNoi;
    }else{
        Inc = Inc + 0.0001;
        areaAtual = areaAtual + (((*cabosProtensao)[cabo]-
>valorPatrito_Direita(PNoi)) * (0.0001) * ((*nos)[Nof]->X() -
(*nos)[PNoi]->X()));
    }
}
double Pancoragem_Direita = 0;
for(int y=Nof; y>=Noi; y--){
    if(y>PNof){
        Pancoragem_Direita = ((*cabosProtensao)[cabo]-
>valorPatrito_Direita(y) - 2*((*cabosProtensao)[cabo]-
>valorPatrito_Direita(y) - (1-Inc)*(*cabosProtensao)[cabo]-
>valorPatrito_Direita(PNof+1)));
    }else{
        Pancoragem_Direita = ((*cabosProtensao)[cabo]-
>valorPatrito_Direita(y);
    }
    (*cabosProtensao)[cabo]-
>adicionaPancoragem_Direita(Pancoragem_Direita);
}
```

Procura pelos maiores valores de cada lado (Esquerda ou direita) e atribui como valor final.

(continua)

```
double temp9 = 0;
for(int y=Noi; y<= Nof; y++){
    temp = (*cabosProtensao)[cabo]->valorPancoragem_Esquerda(y);
    temp2 = (*cabosProtensao)[cabo]->valorPancoragem_Direita(y);
    if(X1 == X2){
        (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaPancoragem(min(temp,temp2));
    }else{
        (*cabosProtensao)[cabo]->adicionaPancoragem(max(temp,temp2));
    }
}
```

Calcula os valores das perdas progressivas e por encurtamento elástico a parit das perdas por encurtamento da ancoragem.

```
temp9 = max(temp,temp2) * (1-
PorcentagemPerdasConsideradas_encurtamento);
(*cabosProtensao)[cabo]->adicionaPencurtamento(temp9);
(*cabosProtensao)[cabo]->adicionaPprogressiva(temp9*(1-
PorcentagemPerdasConsideradas_progressivas));
}
```


A.6 Classe Portico

A classe **Portico.cpp** representa o módulo de solução em si. Nesta classe, estão contidos os vetores de nós e barras que compõem o modelo. Esta é a classe responsável pelo processamento da estrutura.

```
#include "portico\portico.h"

#include <math.h>
#include <windowsx.h>
#include "portico\matrizbanda.h"
```

Construtor da classe portico. Inicializa os dados dos vetores com valores vazios

```
Portico::Portico()
{
    nos = new VetorDeNos(10,1,5);
    barras = new VetorDeBarras(10,1,5);
    cabosProtensao = new VetorCabosProtensao(10,1,5);
    vetorSecoes = new VetorDeSecoes(10,1,5);
    matEst = NULL;
    calculoOk = false;
    // TEMPORÁRIO
    ampliacaoDeformada = 0;
    ampliacaoFletores = 0;
}
```

Destrutor da classe portico. Limpa dados e libera memória.

```
Portico::~Portico()
{
    nos->Flush();
    delete nos;

    barras->Flush();
    delete barras;

    cabosProtensao->Flush();
    delete cabosProtensao;

    vetorSecoes->Flush();
    delete vetorSecoes;
}
```

Inicializa vetores de dados com o número de graus de liberdade definidos após a leitura.

```
bool Portico::CriarMatrizes()
{
    glRestrito = new bool[Ngl()+1];
    memset(glRestrito, false, (Ngl()+1) * sizeof(bool));
    id = new int[Ngl()+1];
    memset(id, 0, (Ngl()+1) * sizeof(int));
    df = new double[Ngl()+1];
    memset(df, 0, (Ngl()+1) * sizeof(double));
    ac = new double[Ngl()+1];
    memset(ac, 0, (Ngl()+1) * sizeof(double));

    return true;
}
```

Inicializa a matriz de rigidez global com o número de graus de liberdade e largura de banda definidos após a leitura

```
bool Portico::CriarMatrizSFF()
{
    if (matEst)
        delete matEst;
    matEst = new MatrizBanda(NLinhas(), largBanda);
    return true;
}
```

Elimina vetores de dados e libera memória alocada.

```
void Portico::DestruirMatrizes()
{
    delete[] glRestrito;
    delete[] id;
    delete[] df;
    delete[] ac;
    if (matEst) {
        delete matEst;
        matEst = NULL;
    }
}
```

Retorna o número total de graus de liberdade restrin-
gidos.

```
int Portico::NumeroDeRestricoes() const
{
    int nr = 0, nNos = nos->GetItemsInContainer();
    for (int i = 1; i <= nNos; i++)
        nr += (*nos)[i]->NumeroDeRestricoes();
    return nr;
}
```

Retorna o número de nós que possuem alguma vin-
culação.

```
int Portico::NumeroDeNosComRestricoes() const
{
    int nrj = 0, nNos = nos->GetItemsInContainer();
    for (int i = 1; i <= nNos; i++)
        if ((*nos)[i]->PossuiRestricoes())
            nrj++;
    return nrj;
}
```

Processa a estrutura. Caso a análise seja bem sucedida, retorna valor verdadeiro e, em caso contrário, retorna o valor falso.

```
bool Portico::Calcula()
{
    calculoOk = false;
    if (!NBarras() || !NNos())
        return true;
    if (!DadosEstruturais())
        return false;
    if (!CriarMatrizSFF())
        return false;
    if (!MatrizDeRigidez()) {
        DestruirMatrizes();
        return false;
    }
    if (!matEst->FatorarMatrizBanda(NULL)) {
        ::MessageBox(NULL, "Erro na solução do sistema.", "Erro", MB_ICONSTOP
| MB_OK);
        DestruirMatrizes();
        return false;
    }
    if (!Carregamentos()) {
        DestruirMatrizes();
        return false;
    }
    matEst->ResolverMatrizBanda(ac, df);
    if (!matEst->VerificarPrecisao(ac, df)) {
        ::MessageBox(NULL, "Erro de precisão numérica.", "Erro", MB_ICONSTOP
| MB_OK);
        DestruirMatrizes();
        return false;
    }
    if (!Resultados()) {
        DestruirMatrizes();
        return false;
    }
    DestruirMatrizes();
    calculoOk = true;
    return true;
}
```

Cria um vetor que mapeia os graus de liberdade e faz uma ordenação de tal forma que os graus vinculados passam para o final e ficam de fora da solução do sistema de equações.

Calcula a largura de banda necessária para a matriz de rigidez global

```
bool Portico::DadosEstruturais()
{
    if (!CriarMatrizes())
        return false;

    // vinculação dos nós
    for (int i = 1; i <= NNos(); i++) {
        int numero = (*nos)[i]->Numero();
        for (TDeslocamento j = DX; j <= RZ; j++)
            glRestrito[numero - 1) * Ndj() + j] = (*nos)[i]-
>Restr(j);
    }

    // índices das equações para cada grau de liberdade em cada nó
    int n1 = 0;
    for (int j = 1; j <= Ngl(); j++) {
        n1 += glRestrito[j];
        if (!glRestrito[j])
            id[j] = j - n1;
        else
            id[j] = NLinhas() + n1;
    }

    // cálculo da largura de banda da matriz de rigidez
    int nbi;
    largBanda = 0;
    for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
        nbi = Ndj() * (abs((*barras)[i]->NoFinal().Numero() -
(*barras)[i]->NoInicial().Numero()) + 1);
        if (nbi > largBanda)
            largBanda = nbi;
    }
    return true;
}
```

Monta a matriz de rigidez global da estrutura.

Cada barra é responsável por fornecer a sua matriz de rigidez já referida ao sistema de coordenadas globais, sendo feita aqui a transferência para a matriz de rigidez global.

```
bool Portico::MatrizDeRigidez()
{
    Matriz* sff = matEst->Sff();
    for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
        MatrizBarra* sms = new MatrizBarra();
        Barra* barra = (*barras)[i];
        barra->MatrizDeRigidezGlobal(sms);

        // transferência para a matriz de rigidez dos nós
        for (int j = 1; j <= NglBarra(); j++) {
            int i1 = barra->G1Global(j);
            if (!glRestrito[i1]) {
                for (int k = j; k <= NglBarra(); k++) {
                    int i2 = barra->G1Global(k);
                    if (!glRestrito[i2]) {
                        int ir = id[i1];
                        int ic = id[i2];
                        if (ir >= ic) {
                            int item = ir;
                            ir = ic;
                            ic = item;
                        }
                        ic = ic - ir + 1;
                        (*sff)[ir][ic] += (*sms)[j][k];
                    }
                }
            }
        }

        delete sms;
    }
    return true;
}
```

Monta os vetores de carregamentos.

A parcela de cargas nodais (AJ) é retirada diretamente dos dados dos nós, enquanto que a parcela referente aos esforços de imobilização (AE) nas barras é preenchida pelas próprias barras.

As duas parcelas são somadas para compor o vetor de termos independentes (AC).

```
bool Portico::Carregamentos()
{
    double* aj = new double[Ngl()+1];
    memset(aj, 0, (Ngl()+1) * sizeof(double));
    double* ae = new double[Ngl()+1];
    memset(ae, 0, (Ngl()+1) * sizeof(double));

    // preenche vetor AJ
    int numero;
    for (int i = 1; i <= NNos(); i++) {
        numero = (*nos)[i]->Numero();
        for (TDeslocamento j = DX; j <= RZ; j++)
            aj[(numero - 1) * Ndj() + j] = (*nos)[i]->Carga(j); // ÍNDICE
    }

    for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
        Barra* barra = (*barras)[i];
        barra->PreencheAcoesEngPerf(ae);
    }

    // Carregamentos nos nós combinados
    int jr;
    for (int j = 1; j <= Ngl(); j++) {
        jr = id[j];
        ac[jr] = aj[j] + ae[j];
    }

    delete[] ae;
    delete[] aj;
    return true;
}
```

Atribui os deslocamentos calculados aos nós e obtém os esforços internos às barras. Cada barra é responsável por definir seus esforços com base nos deslocamentos calculados globalmente. ``

```
bool Portico::Resultados()
{
    double *dj = new double[Ngl()+1];
    memset(dj, 0, (Ngl()+1) * sizeof(double));

    for (int k = 1; k <= Ngl(); k++)
        dj[k] = df[id[k]];

    for (int j = 1; j <= NNos(); j++)
        for (TDeslocamento k = DX; k <= RZ; k++)
            (*nos)[j]->Deslocamento(k, dj[Ndj() * j - (Ndj() - k)]);

    for (int i = 1; i <= NBarras(); i++) {
        Barra* barra = (*barras)[i];
        barra->ObtemEsforços(dj);
    }

    delete[] dj;
    return true;
}
```